Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik und Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin–Dahlem
Tel. (030) 838 75104

Graduiertenkolleg
Algorithmische Diskrete Mathematik

Semesterheft
Sommer 1998

Inhaltsverzeichnis

1 Vorstellung

Das Graduiertenkolleg “Algorithmische Diskrete Mathematik” besteht seit Oktober 1991 am Fachbereich Mathematik und Informatik der Freien Universität und wird von den drei Berliner Universitäten – Freie Universität, Technische Universität und Humboldt-Universität – und dem Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik getragen. Es finanziert sich aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) und bietet Stipendien zur Promotion für die Dauer von zwei Jahren.

Es nehmen zur Zeit 10 Stipendiaten daran teil. Die Stipendiaten und Postdoktoranden des letzten Semesters werden sich nachfolgend mit ihren Arbeiten vorstellen. Am Graduiertenkolleg beteiligen sich weiterhin über 40 Doktoranden als assoziierte Studenten. Der Studienbeginn ist jeweils der 1. April oder 1. Oktober. Die nächste Ausschreibung für die Bewerbung zur Neuaufnahme als Promotionsstipendiat erfolgt voraussichtlich im Mai 1998 in der *ZEIT*.

Die Kollegiaten sollen sich ein breites, aktuelles und forschungsorientiertes Wissen innerhalb der algorithmischen diskreten Mathematik, welches über die spezielle Thematik ihrer jeweiligen Dissertation hinausgeht, aneignen. Dies wird durch Förderung der Kommunikation unter den Kollegiaten, durch zahlreiche Seminare im Kolleg sowie rege Kontakte zu international renommierten Wissenschaftlern unterstützt. Zur Verwirklichung finden folgende Veranstaltungen statt:

- Forschungsorientierte Vorlesungen zu Themen aus Kombinatorik, Graphentheorie, Kombinatorischer Optimierung, Codierungstheorie, Graphenalgorithmen, Entwurf und Analyse von Algorithmen, diskreter und algorithmischer Geometrie und ähnlichem;

- Doktorandenseminare zu den Gebieten, welche Vorhaben aller Stipendiaten und assoziierter Mitglieder umfassen;

- Spezialschulen (ein- bis zweimal jährlich) zu aktuellen Themen;

- Kollegsvorlesung und -kolloquium an jedem Montag des Semesters mit Vorlesungen/Vorträgen von Dozenten des Kollegs und Gästen bzw. der Stipendiaten.

Inhaltliche Zielsetzung

Aus den klassischen Gebieten wie Kombinatorik oder Graphentheorie hat sich die Diskrete Mathematik unter Einbeziehung des algorithmischen Standpunktes zu einem Themenkreis entwickelt, der Aspekte der Grundlagen wie auch der angewandten Wissenschaften vereint. Codierungstheorie und Datensicherheit, algorithmische Zahlentheorie und Computer Algebra, algorithmische und diskrete Geometrie sowie Robotik, Netzwerkplanung, Entwurf von Algorithmen - hier leistet die algorithmische diskrete Mathematik wesentliche Beiträge für Anwendungen. Im Zentrum des Graduiertenkollegs stehen Themen, die in integraler Weise Fragen und Methoden aus Mathematik und Informatik verknüpfen - wie z.B. Bewegungsplanung, Mustererkennung, algorithmische Geometrie. Flankiert werden sie durch Grundlagengebiete wie Kombinatorik, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Geometrie, Gruppentheorie und anwendungsorientierte Themen wie Optimierung und Informatik. Gemeinsame Richtschnur ist das Verstärken der Fähigkeit, diskrete Probleme zu modellieren, zu analysieren und effiziente Algorithmen zu ihrer Lösung zu entwickeln.

Kontakte und Informationen

Auskünfte sind über die Koordinatorin des Graduiertenkollegs Montag, Dienstag und Donnerstag 10.00 – 13.00 Uhr erhältlich. Für interessierte Studenten oder Externe besteht die Möglichkeit, sich in den Informations- und Veranstaltungsverteiler aufnehmen zu lassen.

Koordination/Sekretariat: Bettina Felsner
Tel. (030) 838 75104, Fax: 030-838 75109
E–mail: `bfelsner@inf.fu-berlin.de`
Internet: `http://www.inf.fu-berlin.de/inst/theo/gk.html`

Sprecher des Graduiertenkollegs: Prof. Dr. Helmut Alt
Tel. (030) 838 75160
E–mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

Kollegsadresse:
Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik,
Takustraße 9, 14195 Berlin

2 Dozenten des Kollegs und ihre Fachgebiete

Prof. Dr. Helmut Alt
Institut für Informatik
Freie Universität Berlin
Takustr. 9, 14195 Berlin
Tel.: 838-75160, E-mail: `alt@inf.fu-berlin.de`

- Algorithmische Geometrie,
  Geometrische Methoden in der Mustererkennung

Prof. Dr. Martin Aigner
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75443, E-mail: `aigner@math.fu-berlin.de`

- Algorithmische Kombinatorik, Graphentheorie

Prof. Dr. Martin Grötschel
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik
Takustr. 7, 14195 Berlin
Tel.: 84185-210, E-mail: `groetschel@zib.de`

- Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Heinz-Adolf Jung
Fachbereich Mathematik, MA 8–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25062, E-mail: `jung@math.tu-berlin.de`

- Graphentheorie

Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Fachbereich Mathematik, MA 6–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-24594, E-mail: `moehring@math.tu-berlin.de`

- Graphenalgorithmen, Kombinatorische Optimierung

Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6, 10099 Berlin
Tel.: 201 81 295, E-mail: `proemel@informatik.hu-berlin.de`

- Probabilistische Methoden, Graphenalgorithmen

Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Institut für Mathematik II
Freie Universität Berlin
Arnimallee 3, 14195 Berlin
Tel.: 838-75433, E-mail: `schulz@math.fu-berlin.de`

- Codierungstheorie, Kombinatorik

Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Fachbereich Mathematik, MA 7–1
Technische Universität Berlin
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25730, E-mail: `ziegler@math.tu-berlin.de`

- Diskrete Geometrie, Algorithmische Kombinatorik, Kombinatorische Optimierung

3 Die Mitglieder des Kollegs

Peter Braß, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 124
Tel.: 838-75167, E-mail: `brass@inf.fu-berlin.de`

Mark de Longueville
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-27610, E-mail: `longue@math.tu-berlin.de`

Clemens Gröpl
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-290, E-mail: `groepl@informatik.hu-berlin.de`

Christian Haase
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314 25758, E-mail: `haase@math.tu-berlin.de`

Ekkehard Köhler
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 6-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Zimmer 613,
Tel.: 314-25735, E-mail: `ekoehler@math.tu-berlin.de`

Matthias Kriesell
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 8-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin, Zimmer 706,
Tel.: 314-25758, E-mail: `kriesell@math.tu-berlin.de`

Frank Hagen Lutz
Technische Universität Berlin, FB Mathematik, Sekr. MA 7-1
Str. des 17. Juni 136, 10623 Berlin
Tel.: 314-25758, E-mail: `lutz@math.tu-berlin.de`

Till Nierhoff
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-340, E-mail: nierhoff@informatik.hu-berlin.de

Deryk Osthus
Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für Informatik, Unter den Linden 6, 10099 Berlin
(Dienstsitz: Axel–Springer–Str. 54a, 10177 Berlin)
Tel.: 20181-352, E-mail: osthus@informatik.hu-berlin.de

Torsten Thiele, Dr.
Freie Universität Berlin, Institut für Informatik
Takustr. 9, 14195 Berlin, Raum 123
Tel.: 838-75582, E-mail: thiele@inf.fu-berlin.de

Im letzten Semester ausgeschiedene Stipendiaten

Eva Maria Feichtner
E-mail: feichtne@math.tu-berlin.de

Christian Knauer
E-mail: knauer@inf.fu-berlin.de

Petra Wehr, geb. Knieper
E-mail: petra.wehr@asp-ag.de

Eva Nuria Müller
E-mail: nuria@math.fu-berlin.de

Im letzten Semester abgeschlossene Promotionen

Eva Maria Feichtner, 12. November 1997
Betreuer: Prof. G. M. Ziegler
Titel der Arbeit: “Cohomology algebras of subspace arrangements and of classical configuration spaces”

Regina Klimmek, 26. November 1997
Betreuer: Prof. M. Aigner
Titel der Arbeit: “Small Cycle Decompositions and Small Cycle Double Covers of Graphs”

Petra Knieper, 17. Dezember 1997
Betreuer: Prof. H. J. Prömel
Titel der Arbeit: “Discrepancy of Arithmetic Progressions”

Termine

Sommersemester 1998

Vorlesungbeginn:	14.04.1998
Vorlesungsende:	18.07.1998
Vorlesungsfrei:	01.05.1998
	21.05.1998 (Himmelfahrt)
	01.06.1998 (Pfingsten)

Wintersemester 1998/99

Vorlesungbeginn:	19.10.1998 (voraussichtlich)
Vorlesungsende:	20.02.1999
Vorlesungsfrei:	21.12.1998 - 02.01.1999

4 Kollegsvorlesung und –kolloquium

Von Dozenten und Gästen des Kollegs wird jeden Montag im Semester eine Vorlesung gehalten, die eine Einführung in ein Spezialgebiet aus dem Bereich algorithmische diskrete Mathematik gibt. Anschließend, im Kolloquium, werden speziellere Themen behandelt. Häufig vertieft der Kolloquiumsvortrag das Thema der Vorlesung. Vorlesungen und Kolloquien werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten, neben dem Sekretariat in der Takustr. 9, Raum 111) angekündigt. Außerdem werden eine Woche im voraus Termin, Ort und Thema der Veranstaltung über E-mail an interessierte Gruppen oder Einzelpersonen bekanntgegeben. (Interessenten können sich über die Koordinatorin des Kollegs, Bettina Felsner, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

Vorlesungs- und Kolloquiumsplan des Kollegs

Termin	*VL 14–16*	*Koll 16–17*	*Ort*
20.4.	P. Valtr, Prag	A. Munier, Paris	FU
4.5.	J. Spinrad, Nashville	M. Skutella, TU	TU
11.5.	M. Aigner, FU	C. Knauer, FU	FU
18.5.	J. Bang-Jensen, Odense	A. Kündgen, Urbana/Ulm	FU
25.5.	M. Goemans, MIT	A. Schulz, TU	TU
28.5.	B. Mohar, Ljubljana	—	TU
8.6.	M. Kochol, Bratislava	F. Lutz, TU	FU
15.6.	J. Buhmann, Bonn	D. Osthus, HU	HU
22.6.	S. Albers, Saarbrücken	T. Thiele, FU	FU
29.6.	H. Alt, FU	K. Swanepoel, Pretoria	FU
6.7.	D. Zeilberger, Philadelphia	C. Haase, TU	FU
13.7.	U. Brehm, Dresden	—	TU

Die Veranstaltungen finden montags 14.00 – 16.00 Uhr bzw. 16.00 – 17.00 Uhr an wechselnden Orten statt.

Die Veranstaltungsorte sind:

(FU) Freie Universität Berlin,
Institut für Informatik, Takustr. 9, Raum 005;

(HU) Humboldt–Universität zu Berlin,
Institut für Informatik, Axel-Springer-Str. 54a, Raum 327

(TU) Technische Universität Berlin,
Fachbereich Mathematik, Str. des 17. Juni 136, Raum MA 363

Sommerschule

des Graduiertenkollegs “Algorithmische Diskrete Mathematik”

26. bis 30. April 1998, Chorin/Schorfheide

Thema: Diskrete Mathematik

Die Veranstalter sind Martin Aigner und Hans Jürgen Prömel.
Als Vortragende sind eingeladen:

WILLIAM T. TROTTER Arizona State University	*Graphs, hypergraphs and partial orders*
JOHAN HÅSTAD KTH Stockholm	*PCP and testing*
BÉLA BOLLOBÁS Cambridge University The University of Memphis	*Judicious partitions of graphs and hypergraphs*
VICTOR KLEE University of Washington	*Some unsolved problems in discrete geometry*

Anmeldungen sind leider nicht mehr möglich. Die nächste Schule findet im November 1998 statt. Für rechtzeitige Informationen bitte bei der Koordinatorin des Kollegs anfragen.

Die Kollegsvorlesungen im einzelnen

Montag, 20. April 1998 [FU]
Pavel Valtr, Charles University, Prag
Geometric graphs

Geometric graphs are graphs drawn in the plane so that vertices are represented by distinct points in general position and edges are represented by segments connecting corresponding pairs of points.

We will discuss mainly two types of problems. The first type relates to the minimum number of edge-crossings in a geometric graph on n vertices and m edges, and to the intersection number(s) of graphs. Bounds on the minimum number of edge-crossings can be applied to give short proofs of some well-known results in discrete and computational geometry. The following Turán-type question is typical for the second type of problems: What is the maximum number of edges in a geometric graph on n vertices with no k pairwise disjoint (pairwise crossing, resp.) edges? Recently, Dilworth's theorem and so-called generalized Davenport-Schinzel sequences were used to prove new upper bounds on this number.

The talk should be understandable also for non-specialists.

Montag, 4. Mai 1998 [TU]
Jeremy Spinrad, Vanderbilt University, Nashville
Solving Problems on Restricted Classes of Graphs

There are many algorithms which are designed to solve problems on special classes of graphs. This talk takes the position that the standard notion of solving a problem on a restricted class is not appropriate, and proposes new standards for showing a problem is easy/hard on a class.

Clearly, an algorithm which solves a problem on a class must produce the correct solution if the input is in the class. Using the standard definition, we do not care what the algorithm produces if the input is not in the class. I propose stricter criteria for solving a problem for a class; if the input is not in the class, the algorithm should still produce "correct" results, which may be either the correct solution to the problem or the answer the input is not in the "class". We will see examples of problems which are solvable in polynomial time if we do not care what happens when the input is outside the class, but are not solvable in polynomial time in the new sense unless $P = NP$. We will also discuss issues that arise if the graph class has a nice “model”, and the distinctions between solving a problem given the model and solving the problem given an adjacency list matrix.

The talk will also discuss a new graph class which was partially responsible for raising these issues, and leads to interesting open problems. A graph is k-extendible if there is an ordering such that for every set S of $k+1$ vertices which differs from a clique by lacking a single edge (x, y), x and y are not the first and last vertices of S in the ordering. The 2-extendible graphs are exactly equal to the comparability graphs. For any fixed k, the clique problem on k-extendible graphs is solvable in polynomial time if the ordering is given; the first algorithm for solving the clique problem on visibility graphs given a model used the fact that the order of vertices on the outside of the polygon is 3-extendible, if we start with the leftmost vertex. Open problems, including recognition, solving the clique problem without the order given, and other problems on the class, will be presented in the talk.

Montag, 11. Mai 1998 [FU]

MARTIN AIGNER, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN

Pascal Determinanten

Wir betrachten Determinanten von beliebigen nxn- Matrizen in der unendlichen Matrix der Binomialkoeffizienten. Erstaunlicherweise sind diese immer ≥ 0 und mehr noch: sie zählen etwas. Was sie zählen, davon handelt die Vorlesung. Unter anderem geht es um geordnete Mengen, Partitionen, 0/1 Tafeln, Young Tableaux und Gitterwege.

Montag, 18. Mai 1998 [FU]

JØRGEN BANG-JENSEN, ODENSE UNIVERSITY, DÄNEMARK

Increasing the edge-connectivity of a graph without adding forbidden edges

The edge-connectivity of a graph $G = (V, E)$ is the minimum number of edges one has to remove to obtain a new graph $G' = (V, E')$ which is not connected. The problem of finding the edge-connectivity of a given graph has an efficient solution, either using techniques from network flows, or the recent edge-connectivity algorithm by Nagamochi and Ibaraki which calculates the edge-connectivity of a given graph without using any max-flow calculations.

In many applications one starts with a graph G of a certain edge-connectivity ℓ and wishes to increase the edge-connectivity of G to a certain number $k > \ell$

by adding new edges to the graph. The goal is to use as few new edges as possible (the weighted version is NP-complete, even for weights 0 and 1). This is called the **edge-connectivity augmentation problem**. There are several polynomial algorithms for this problem and these either use the so-called splitting techniques by Lovász and Mader, or the successive augmentation approach which uses the so-called cactus. Both of these approaches have the drawback that the optimal set of new edges cannot be easily controlled, for example the new set of edges may contain many parallel edges. In this talk we will first discuss the solution of the edge-connectivity augmentation problem when one uses the splitting technique and then we shall consider two variations of the edge-connectivity augmentation problem, one in which we require that both the starting graph G and the final graph $G = (V, E + F)$ is simple (i.e. it contains no parallel edges) and one in which we are given a partition $\mathcal{P}$ of V and we are not allowed to add any edges inside a partition class (i.e. each new edge goes between two distinct partition classes). It turns out that the second problem can be solved in polynomial time and that the first problem is NP-complete if k is part of the input, but for fixed k there exists a polynomial algorithm to find the minimum number of new edges to be added. The solutions of both problems are based on extensions of the splitting-technique. We illustrate the ideas to the extend that time allows. This is joint work with Jordán respectively, Gabow, Jordán and Szigeti.

Montag, 25. Mai 1998 [TU]
Michel Goemans, University of Louvain and MIT
The polygon representation of near-minimum cuts

In this talk, I will describe the polygon representation of all cuts of value less than 6/5 times the value of the minimum in an undirected graph. This representation, discovered by Andras Benczur, is a geometric representation of a collection of sets by diagonals of a polygon in the plane. The representation extends the classical cactus representation of Dinitz, Karzanov, and Lomonosov for all minimum cuts. The proof of existence of the polygon representation will be sketched.

This is joint work with Andras Benczur.

Donnerstag, 28. Mai 1998 [TU]

BOJAN MOHAR, UNIVERSITY OF LJUBLJANA, SLOVENIA

Uniqueness and flexibility of graph embeddings

By the well-known result of Whitney, 3-connected planar graphs admit combinatorially unique embedding in the 2-sphere. Several generalizations of this result to graphs on general surfaces will be presented.

Die Berliner und Potsdamer Mathematischen Institute veranstalten im Schloßtheater des Neuen Palais, Potsdam am

Freitag, 29. Mai 1998, 14.00 Uhr

Euler–Vorlesung

Ingrid Daubechies “Surfing with Wavelets”

In der Einführung spricht Dr. N. Schappacher über “Wer war Diophant?”

Montag, 8. Juni 1998 [FU]

MARTIN KOCHOL, FU BERLIN UND SLOWAKISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, BRATISLAVA

Superposition and constructions of graphs without nowhere-zero k-flows

Nowhere-zero flows in graphs present a dual concept to the chromatic problems from graph theory. For instance it is known that a planar graph is k-colorable if and only if its dual admits a nowhere-zero k-flow, i.e., its edges can be oriented and assigned by values $\pm 1, \ldots, \pm(k-1)$ so that the sum of the incoming values equals to the sum of the outcoming ones for every vertex of the graph.

Graphs without nowhere-zero k-flows we shall call *k-snarks*. The talk is focused to a systematical approach for constructions of k-snarks, which are interesting primarily for the following reasons:

1. They generalize almost all known constructions of *snarks* what are nontrivial cubic graphs without a 3-edge-coloring or, equivalently, without a nowhere-zero 4-flow. Snarks present a very important class of graphs because

it is known that the smallest counterexamples for many conjectures must be snarks. The most important problems of this kind are the 5-flow conjecture of Tutte (every bridgeless graph admits a nowhere-zero 5-flow) and the cycle double cover conjecture (every bridgeless graph contains a family of circuits covering each edge twice).

2. We can construct new interesting families of snarks (e.g., snarks with arbitrary large girths).

3. Our methods give also new results about nowhere-zero flow problems. For instance we can show that the 4-color theorem and the 5-flow conjecture is enough to solve with a certain approximation.

Montag, 15. Juni 1998 [HU]

Joachim M. Buhmann, Universität Bonn

Empirische Risiko Approximation als Theorie für unüberwachtes Lernen: Verbindungen zwischen statistischer Lerntheorie und kombinatorischer Optimierung

Datengruppierung vektorieller oder relationaler Daten kann als kombinatorisches Optimierungsproblem (MS9) formuliert werden, das für Anwendungen in der Daten– und Bildanalyse, sowie der Datenkompression von großer Bedeutung ist. Entsprechend eines Kompaktheitsmaßes für Gruppen werden Daten zu Prototypen zugeordnet. Optimierungsalgorithmen haben dabei die Booleschen Zuordnungsvariablen und die resultierenden Prototypen zu bestimmen. Mit statistischer Lerntheorie für unüberwachtes Lernen ist es möglich, die Stabilität von Lösungen und ihre Verallgemeinerungsfähigkeit zu bestimmen. Insbesondere wird dadurch die Frage beantwortet, ob die gefundenen Partitionen auch noch das Qualitätskriterium erfüllen würden, wenn ein zweiter Datensatz von der gleichen Datenquelle gezogen würde. Die resultierenden Optimierungsalgorithmen maximieren die Entropie und können als Approximationen für Optimierungsprobleme angesehen werden, bei denen nicht die Probleminstanz vorgegeben ist, sondern die Wahrscheinlichkeitsverteilung, nach der das einzelne Problem verteilt ist. Fragen dieser Art treten bei allen Optimierungsproblemen auf, die über rauschbehaftete Parameter definiert sind.

Im Vortrag werden verschiedene Beispiele aus der Daten- und Bildverarbeitung mit Optimierungsergebnissen gegeben, die einen Beleg für die Robustheit des verwendeten Algorithmenentwurfes liefern.

Montag, 22. Juni 1998 [FU]
Susanne Albers, MPI Saarbrücken, FU Berlin
Integriertes Prefetching und Caching in Magnetplattensystemen

In diesem Vortrag untersuchen wir integrierte Prefetching- und Cachingprobleme wie sie von Cao et al. (ACM SIGMETRICS 95) und Kimbrel und Karlin (FOCS 96) studiert wurden. Cao et al. und Kimbrel und Karlin haben für Systeme mit einer Platte oder mehreren parallelen Platten Approximationsalgorithmen entwickelt, die die *Bearbeitungszeit* auf einer zu bedienenden Sequenz von Speicherzugriffen minimieren. Die Bearbeitungszeit ist die Summe bestehend aus den Prozessorhaltezeiten und der Länge der gegebenen Sequenz.

In diesem Vortrag zeigen wir, daß in Systemen mit einer Platte ein optimaler Prefetching- und Cachingplan in polynomieller Zeit berechnet werden kann. Dies löst ein offenes Problem von Kimbrel und Karlin, die auch für diesen Fall Approximationsalgorithmen vorgestellt hatten. Für Probleme auf parallelen Platten entwickeln wir einen Approximationsalgorithmus zur Minimierung der Prozessorhaltezeit. Haltezeit ist für dieses Problem ein realistischeres und schwieriger zu approximierendes Maß als Bearbeitungszeit. Alle unsere Algorithmen basieren auf einem neuen Ansatz, der die Prefetching- und Cachingprobleme als lineare Programme formuliert.

Der Vortrag basiert auf einer gemeinsamen Arbeit mit Naveen Garg (IIT Delhi) und Stefano Leonardi (Universität Rom), die in STOC 98 erscheinen wird.

Montag, 29. Juni 1998 [FU]
Helmut Alt, Freie Universität Berlin
Der nächste Nachbar

Ein elementares Problem in der algorithmischen Geometrie mit zahlreichen Anwendungen, zum Beispiel in Datenbanksystemen oder der Bild- und Mustererkennung ist das des nächsten Nachbarn. Dabei geht es darum, eine feste Menge S von n Punkten im d-dimensionalen Raum so in einer Datenstruktur abzulegen, daß für einen Anfragepunkt q der Punkt aus S, der q am nächsten liegt, schnell gefunden werden kann.

Dieses Problem wird verständlicherweise schon seit langer Zeit in der algorithmischen Geometrie untersucht. Dabei wurde aber meist angenommen, daß die Dimension “eine Konstante” ist, und die meisten dieser Datenstrukturen haben eine *Vorverarbeitungszeit* zu ihrer Konstruktion, einen *Speicherbedarf* oder eine *Anfragezeit*, die exponentiell in der Dimension sind (meist alle drei gleichzeitig). Da man es in der Praxis oft mit mehreren tausend Punkten in bis zu mehreren hundert Dimensionen zu tun hat, verbieten sich diese Lösungen.

In der Vorlesung werden Lösungen für hohe Dimensionen und zugehörige Anwendungen vorgestellt.

Montag, 6. Juli 1998 [FU]
DORON ZEILBERGER, TEMPLE UNIVERSITY, PHILADELPHIA
Artificial Combinatorics

It is too soon to teach a computer how to be a mathematician, and perhaps it is even too soon to teach it how to be a combinatorialist. But if you target your efforts to a narrow enough subspecialty, then the time is ripe. When you are done teaching the computer, how to, say, enumerate Wilf classes, not only will it get smarter, but you will get wiser too.

Montag, 13. Juli 1998 [TU]
ULRICH BREHM, TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN
Triangulationen von Linsenräumen mit wenigen Simplexen

Linienräume sind 3-Mannigfaltigkeiten, die sich in zwei Volltori zerlegen lassen. Sie lassen sich leicht topologisch klassifizieren. Es werden Triangulierungen der Linsenräume mit wenigen Simplexen konstruiert. Dabei wächst die Anzahl der topologisch verschiedenen Linsenräume, die mit höchstens N Simplexen trianguliert werden können, exponentiell mit N.

Die Kolloquiumsvorträge im einzelnen

Montag, 20. April 1998 [FU]
Alix Munier, Université Pierre et Marie Curie, Paris
Using duplication for scheduling with communication delays

With the increasing importance of parallel computing, the question of how to schedule a set of tasks on an architecture becomes critical, and has received much attention. For the results to reflect modern architectures, communication delays between processors must be included in the model.

We consider here that precedence relations between two tasks i and j expresses the fact that task j needs output of i to be executed. If these two tasks are not assigned to the same processor, a delay must be considered between the completion of i and the beginning of j to forward the data. The aim is to find a schedule that minimizes the makespan.

A simple way for decreasing the makespan for such precedence constraints is to allow the duplication of the tasks (i.e. a same task can be scheduled several times by different processors). Surprisingly, if the number of processors is not bounded, this mechanism leads to easiest problems. The main drawback of these solutions is that the number of duplicates of any task may be important. In order to reduce them, we consider several problems with a limited number of processors.

For unit communication delays, unit processing times and m identical processors, we present a new list scheduling algorithm that uses greedy duplication. We prove that, for any priority list, its worst case relative performance is bounded by $2 - \frac{1}{m}$ and that this bound is tight. Notice that performance ratio is exactly Graham's bound, which is the best known for the same problem without communication delays.

Then, we will discuss the possible extensions of this work to more general instances of the problem, including important communication delays.

Montag, 4. Mai 1998 [TU]
Martin Skutella, Technische Universität Berlin
MaxCut Algorithms for Parallel Machine Scheduling

We consider the problem of scheduling a set of jobs on unrelated parallel machines or processors so as to minimize the weighted sum of the completion times of jobs. Whereas the best previously known approximation algorithms for this problem are based on LP relaxations, we give a 3/2–approximation algorithm that relies on a convex quadratic programming relaxation. For two unrelated parallel machines, this result can be further improved by using a more sophisticated semidefinite programming relaxation. For the special case of identical parallel machines we establish approximation preserving reductions to MaxCut problems. In particular, we discuss the connections to the MaxCut results of Goemans and Williamson that are also based on semidefinite relaxations. This is the first time that convex and semidefinite programming techniques are used in the area of scheduling.

Montag, 11. Mai 1998 [FU]

Christian Knauer Freie Universität Berlin

The computation of the Hausdorff distance between sets of line segments

We consider the problem of computing the Hausdorff distance $\delta_H(P, Q)$ between two sets of line segments P and Q in the plane — a task that has various applications in pattern matching and image recognition. One can view $\delta_H(P, Q)$ as a measure of similarity between P and Q. It is defined as the least ϵ such that P is contained in the ϵ-neighbourhood of Q and vice versa.

Although the problem seems rather simple at first glance, a (provably correct) implementation of an algorithm solving it is far from being trivial. To this end subtle questions concerning e.g. the numerical properties of the different algorithms have to be considered.

Montag, 18. Mai 1998 [FU]

André Kündgen, University of Illinois, z.Zt. Ulm

Die Überwachung von Kunstgalerien

Wir gehen von einer Kunstgalerie aus die aus einem, nicht notwendigerweise konvexen, n-Eck mit m Innenwänden besteht. Eine Innenwand verbindet stets 2 Eckpunkte des n-Ecks in dessen Innern und besitzt einen beliebig kleinen, beliebig plazierten Durchgang.

In diesem Vortrag werden wir die kleinst-mögliche Anzahl stationärer Wächter bestimmen, die ausreichen um jede solche Galerie zu überwachen. Wir werden sehen, daß es in den meisten Fällen gelingt diese Wächter in linearer Zeit zu plazieren.

Diskrete Mathematik ’98

Humboldt-Universität zu Berlin

24./25. April 1998

Hauptvortragende:

Béla Bollobás	Cambridge University
Johan Håstad	KTH Stockholm
Victor Klee	University of Washington
William T. Trotter	Arizona State University

Vergabe des

Richard-Rado-Preises

für Diskrete Mathematik

Weitere Informationen und Anmeldung:
`http://www.informatik.hu-berlin.de/~dm/dm98.html`

Montag, 25. Mai 1998 [TU]

Andreas Schulz, Technische Universität Berlin

A simple proof of a new upper bound on the Chvátal rank of polytopes in the 0/1-cube

Vasek Chvátal characterized combinatorics once as follows:

combinatorics = number theory + linear programming

He was actually thinking about combinatorial problems that can be formulated as integer linear programming problems, like the following. How many diamonds can be packed into a Chinese chessboard? His concept to prove upper bounds on problems like this are cutting plane proofs. Their length, which measures in a sense their complexity is closely related to the so-called Chvátal rank of a polytope. It is well-known that the rank can be arbitrarily large, even if the dimension is two and the integer hull is a 0/1-polytope. The more surprising that Bockmayr and Eisenbrand were recently able to show that the

Chvátal rank of polytopes contained in the d-dimensional 0/1-cube is at most $6\,d^3 \log d$. Their proof is rather intricate and uses heavily geometric arguments.

In this talk, we briefly introduce the concepts sketched above, give a new, simple proof of Bockmayr and Eisenbrand's result that even yields a bound of $d^3 \log d$, and pose some related open problems.

Montag, 8. Juni 1998 [FU]
FRANK H. LUTZ, TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Kombinatorische Mannigfaltigkeiten mit eckentransitiver Automorphismengruppe

Für kombinatorische Mannigfaltigkeiten hat es sich gezeigt, daß minimale Triangulierungen oftmals eine eckentransitive Gruppenwirkung tragen. Bei vorgegebener transitiver Permutationsgruppe läßt sich anderseits fragen, ob diese als Automorphismengruppe einer triangulierten Mannigfaltigkeit auftritt.

Im Vortrag gehen wir auf einige klassische Resultate zu kombinatorischen Mannigfaltigkeiten ein und stellen Methoden und Algorithmen zum Auffinden neuer (eckentransitiver) Beispiele vor.

Montag, 15. Juni 1998 [HU]
DERYK OSTHUS, HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
Zufällige Untermengen der Potenzmenge

Sei $P_{n,p}$ die Untermenge der Potenzmenge $\mathcal{P}(n)$, die gebildet wird, indem jede Menge $A \in \mathcal{P}(n)$ mit Wahrscheinlichkeit p in $P_{n,p}$ eingefügt wird (unabhängig von allen anderen Mengen in $\mathcal{P}(n)$). Üblicherweise ist p dabei eine Funktion von n. Welche Eigenschaften hat $P_{n,p}$?

P. Erdös stellte dazu folgende Frage, die 1961 von A. Rényi beantwortet wurde: Wie groß muß $p = p(n)$ sein, so daß $P_{n,p}$ für genügend große n fast sicher zwei Mengen A und B enthält, für die $A \subseteq B$ gilt? In meinem Vortrag werde ich auf Verallgemeinerungen und verwandte Fragestellungen eingehen.

Montag, 22. Juni 1998 [FU]
TORSTEN THIELE, FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
Mimicking Networks

Ein Netzwerk N heißt *mimicking network* für ein gegebenes Netzwerk G mit k Terminals, falls die externen Flußwerte von N die gleichen wie die von G sind. Äquivalent dazu ist, daß alle Mincut-Werte bei beiden Netzwerken gleich sind. Mimicking networks spielen eine wichtige Rolle beim Entwurf schneller Max-Flow Algorithmen für spezielle Graphklassen.

Es zeigt sich, daß jedes Netzwerk G mit k Terminals ein mimicking network mit $f(k)$ Ecken besitzt, wobei $f(k)$ unabhängig von der Eckenzahl von G ist. Bekannt ist $f(k) \leq 2^{2^k}$. Der Vortrag gibt einen Überblick über die vorhandenen Resultate und stellt neue Ergebnisse vor, unter anderem neue Schranken für $f(k)$.

Montag, 29. Juni 1998 [FU]
KONRAD SWANEPOEL, UNIVERSITY OF PRETORIA
Sets in normed spaces satisfying various norm inequalities

Various geometric questions may be formulated in terms of sets of vectors satisfying equations and inequalities involving norms of linear combinations of the vectors. As examples we mention: the maximum degree of vertices in Steiner Minimum Trees and Minimum Spanning Trees in normed spaces, the translative kissing number (or Hadwiger number) of a convex body, entropy numbers and packing numbers of convex bodies, and equidistant sets in normed spaces (which has applications in finding minimal hypersurfaces).

We here consider two such questions which seem closely related at first glance, but have large qualitative differences.

1. Given $\delta > 0$, find the largest cardinality of a set S of unit vectors in a normed space satisfying $\|x + y\| \leq \delta$ for all distinct $x, y \in S$.
2. Find the largest cardinality (if it exists) of a set S of vectors in a normed space satisfying $\|x\|1$ for all $x \in S$, and $\|x + y\| = 2$ for distinct $x, y \in S$.

The first problem has a direct application in finding upper bounds on vertex degrees of Steiner Minimum Trees in smooth normed spaces. The criterion $\|x + y\| \leq \delta$ implies (and is in general much stronger than) that the set is $(2 - \delta)$-separated (i.e. any two vectors are at distance at least $2 - \delta$). We show that for this problem there is a sporadic phenomenon in three-dimensional ℓ_1-space, which can be considered as a characterization of the 3-dimensional octahedron in the class of centrally symmetric convex bodies.

The second problem arises from an attempt at solving a Helly-type conjecture of H. Maehara. We show that for three-dimensional spaces, the extremal value depends directly on the structure of the faces of the unit ball, whereas in higher dimensions, no such simple relationship exists. We also look at the special cases of Euclidean and ℓ_∞-spaces.

Montag, 6. Juli 1998 [FU]

Christian Haase, Technische Universität Berlin

Geometrie mit Gitterpolytopen

Gitterpolytope sind die mit den ganzzahligen Ecken. Sie sind eigentlich jedem schon einmal begegnet, sind aber auch jenseits der kombinatorischen Optimierung und der Geometrie der Zahlen interessant. In diesem Vortrag möchte ich mich diesen anschaulichen Objekten an sich nähern, anhand einiger Beispiele die eine oder andere anschauliche Vemutung widerlegen und - wenn noch Zeit bleibt - ein Beispiel für die einfache Lösung eines schwierigen Problems aus der algebraischen Geometrie präsentieren.

Herbstschule

des Graduiertenkollegs “Algorithmische Diskrete Mathematik”

22. bis 26. November 1998 bei Berlin

Thema: Topological Combinatorics

Ziel der Herbstschule ist, neue Ideen und Resultate aus diesem Gebiet vorzustellen und deren Verständnis mittels Übungsaufgaben zu fördern. Der Veranstalter ist Günter M. Ziegler. Als Dozenten haben zugesagt:

Anders Björner (KTH Stockholm)
Manoj Chari (Louisiana/TU Berlin)
Robin Forman (Rice University)
Michael Joswig (TU Berlin)
Volkmar Welker (Essen/TU Berlin)
Günter M. Ziegler (TU Berlin)

Die Ausschreibung erfolgt im Juni 1998. Informationen bei der Koordinatorin des Kollegs.

5 Lehrveranstaltungen im Sommer 1998

5.1 Freie Universität Berlin

Graphentheorie [Vorlesung]

Dozent: Aigner; Vorlesungszeit: Mo 12-14, Fr 10-12, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Arnimallee 2-6, SR 025/026.
Übungen: Aigner, Mielke, n.V., 2-stündig;

INHALT: Graphentheorie ist neben der “Einführung in die Diskrete Mathematik” die zweite Grundvorlesung im Bereich Diskrete Mathematik. Die Graphentheorie bildet heute eine der Grundlagen nicht nur der Diskreten Mathematik, sondern auch der Theoretischen Informatik.
In der Vorlesung werden fundamentale Konzepte wie Zusammenhang, Matchings, Touren, Planarität, Färbungen sowie grundlegende Graphenalgorithmen vorgestellt.

Computer-Graphik [Vorlesung]

Dozent: Alt; Vorlesungszeit: Di, Do 10-12, 3-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 005.
Übungen: Alt, Meißner, n.V., 2-stündig;

INHALT: Darstellung 3-dimensionaler Szenen im Rechner und deren Abbildung auf dem Bildschirm; geometrische Grundlagen; Entfernung verdeckter Kanten und Flächen; Beleuchtung und Schattierung; Erzeugung realistisch erscheinender Bilder durch “ray tracing” und “radiosity”; sonstige Methoden wie Konstruktion von Freiformflächen, Benutzung von Fraktalen usw. In den Übungen theoretische Aufgaben sowie kleinere Programmierprojekte.

Darstellende Geometrie und Postscript-Programmierung [Vorlesung]

Dozent: Braß; Vorlesungszeit: Do 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: In dieser Vorlesung soll die Theorie der Herstellung schöner und korrekter Bilder behandelt und anhand von Aufgaben praktisch umgesetzt werden. Hierzu werden Themen der klassischen Darstellenden Geometrie (Projektionen, Umrisse, Kanten, Schatten- und Eigenschaftsgrenzen, Durchdringungen usw.) sowie einige moderne Probleme (Schattierungen, Glanzlichter) und eventuell einige praktische Aspekte (Bildentstehung, geometrische Otpik, Bildvermessung und Objektrekonstruktion) vorgestellt, die dann in Beispielen und Aufgaben in Bilder umgesetzt werden. Hierzu wird die Programmiersprache Postscript eingeführt, die besonders zur Konstruktion von Bildern geeignet ist.

Elementargeometrie [Vorlesung]

Dozent: Schulz; Vorlesungszeit: Di 14-16, Do 12-14, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Arnimallee 2-6, Di SR 032, Do SR 031.
Übungen: Schulz, N.N., n.V., 2-stündig;

INHALT: Axiomatischer Aufbau der affinen und euklidischen Geometrie; Zusammenhang mit der Geometrie eines Vektorraums; Abbildungsgeometrie (siehe auch Minimalstoffpläne im Anhang des kommentierten Vorlesungsverzeichnisses).

Approximationsalgorithmen [Vorlesung]

Dozent: Thiele; Vorlesungszeit: Di 14-16, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.
Übungen: Thiele, Morawe, n.V., 2-stündig;

INHALT: Viele fundamentale, insbesondere auf für Anwendungen wichtige Optimierungsprobleme sind NP-schwer, d.h. sie lassen sich in der Praxis nicht exakt lösen (sofern $P \neq NP$). Daher stellt sich die Frage, wie gut sich optimale Lösungen approximieren lassen. Es zeigt sich, daß sich für viele Probleme tatsächlich Lösungen effizient berechnen lassen, die dicht am Optimum liegen. während andere Probleme beweisbar jedem Approximationsversuch widerstehen.
In dieser Vorlesung beschäftigen wir uns mit dem Gebiet der Approximationsalgorithmen, auf dem sich gerade in letzter Zeit viel getan hat. Einerseits behandeln wir den Entwurf und die Analyse solcher Algorithmen. Andererseits lernen wir Grenzen kennen, die jedem Näherungsverfahren gesetzt sind.

Geometrisches Rechnen [Vorlesung]

Dozent: Welzl; Vorlesungszeit: Fr ganztägig, 14-tägig, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR005.
Übungen: Welzl, Knauer, Fr an den VL-Tagen 10.30-13.00, 2-stündig;

Inhalt:
(1) Einführung in C++ und STL (Standard Template Library).
(2) Konvexe Hüllen in der Ebene.
(3) Exakte Arithmetik.
(4) Triangulieren in der Ebene.
(5) Perturbieren und Datenstrukturen.
(6) Geraden im Raum.
(7) Geometrische Optimierung in kleiner Dimension.

Ziel der Vorlesung ist eine Einführung in Geometrisches Rechnen (im Hinblick auf Algorithmische Geometrie) und die Diskussion der dabei auftretenden Probleme. Es geht wesentlich um die Ausarbeitung von Lösungen von den Algorithmen bis zu schnellen und korrekten implementierten Programmen.

Durchführung: In 7 Blöcken (à 3 Stunden VL und 2 Stunden betreute Übungen in Gruppen) jeweils Freitags VL 9.00-10.15, betreute Übung 10.30-12.00, Besprechung 12.00-12.30, VL 14.00-15.00.
Termine (provisorisch): 17.4., 24.4., 8.5., 22.5., 29.5., 12.6., 26.6.

Seminar über Diskrete Mathematik [Seminar]

Dozenten: Aigner, Brandt; Veranstaltungszeit: Di 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Arnimallee 2-6, SR 025/026.

Inhalt: Vorbesprechung am 14.4.98, 16 Uhr, Arnimallee 2-6, SR 025

Seminar über Algorithmen und Datenstrukturen [Seminar]

Dozenten: Alt, Felsner; Veranstaltungszeit: Blockseminar, voraussichtlich am Wochendende 27./28.6.98;
Veranstaltungsort: Alt-Wriezen.

Inhalt: Das Seminar wendet sich an Studierende im Hauptstudium, besonders an solche, die die VL *Entwurf und Analyse von Algorithmen* schon gehört haben. Es sollen ausgewählte Arbeiten aus den Bereichen
1. Vergleich und Suche in Texten
2. Selbstanpassende Datenstrukturen
3. Graphenalgorithmen
behandelt werden.
Durchführung: Wir beabsichtigen, das Seminar als Block an dem Wochenende 27./28.6.98, das wir gemeinsam im Umland von Berlin verbringen, abzuhalten.

Diplomanden- und Doktorandenseminar - Theoretische Informatik

Dozenten: Alt, Felsner, Wagner; Veranstaltungszeit: Di, Do, Fr 12-13;
Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: Vorträge über die eigene Forschung und Originalarbeiten aus der theoretischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt. Siehe auch Semesterheft zum Studienschwerpunkt *Effiziente Algorithmen*.

Seminar über Geometrie/Kombinatorik [Seminar]

Dozenten: Lenz, Schulz, Brandt; Veranstaltungszeit: Di 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Arnimallee 3, SR 119.

INHALT: Vergeben werden Themen aus der Diskreten Mathematik, u.a. aus der Design- und Codierungstheorie sowie der Diskreten Geometrie.

5.2 Humboldt–Universität zu Berlin

Theoretische Informatik 3 [Vorlesung]

Dozent: Lefmann; Vorlesungszeit: Di 12-14 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Unter den Linden 6, Raum 1072.
Übungen: Taraz, Lefmann, Mo 10-12 und 12-14 Uhr, 2-stündig;
Dorotheenstraße 24, Raum 411 bzw. 310.

INHALT: Im Zentrum der Vorlesung steht der Begriff der NP-Vollständigkeit, der Effizienz von Algorithmen und Datenstrukturen. Es werden erste algorithmische Prinzipien zur approximativen oder randomisierten "Lösung“ NP-vollständiger Probleme vorgestellt.

Randomisierte Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Lefmann; Vorlesungszeit: Mi 10-12 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 015.

INHALT: Für verschiedene Optimierungsprobleme sind zwar Polynomialzeitverfahren bekannt, ihre Rechenzeit, etwa $O(n^3)$, erlaubt jedoch aufgrund der Größe der Probleminstanzen keine effiziente praktische Auswertung. Eine Alternative sind randomisierte Algorithmen, die bei ihren Aktionen auf die Resultate von (unabhängigen) Münzwürfen zurückgreifen können. Die Ausgaben sowie die Laufzeiten der Algorithmen sind durch den Zufall bestimmt. Aussagen über die Laufzeiten sind vielfach ‘nur’ Erwartungswerte und die ‘Lösungen’ sind mit kleiner Wahrscheinlichkeit falsch. Die Vorteile randomisierter Verfahren sind jedoch teilweise immens, da sie für viele Anwendungen schnelle und einfache Verfahren liefern. In dieser Vorlesung werden grundlegende Konzepte und Techniken für den Entwurf und die Analyse randomisierter Algorithmen behandelt. Die behandelten Probleme sind vielfach graphentheoretischer Art. Die Vorlesung wendet sich vornehmlich an Studentinnen und Studenten höherer Semester. Elementare Vorkenntnisse stochastischer Methoden sind hilfreich. Für einen ersten Eindruck von den Inhalten der Vorlesung sei auf das Buch ‘R. Motwani und P. Raghavan: Randomized Algorithms, Cambridge University Press, 1995’ verwiesen.

Graphen und Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Prömel; Vorlesungszeit: Mo 10-12 Uhr, Mi 12-14 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.
Übungen: Hougardy, Di 14-16 Uhr, Axel-Springer-Str. 54a, Raum 015.

Inhalt: Die Vorlesung setzt den im Wintersemester 1997/98 abgehaltenen Teil 1 fort. Es werden anspruchsvollere Prinzipien der Graphenalgorithmen, insbesondere für NP-harte Probleme betrachtet, u.a. Approximationsalgorithmen und randomisierte Verfahren. Die Vorlesung wird durch Übungen begleitet. Kenntnis des ersten Teils der Vorlesung ist wünschenswert, aber nicht notwendig.

Pattern Maching [Seminar]

Dozent: Lefmann; Veranstaltungszeit: Di 8-10 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Dorotheenstraße 24, Raum 307.

Inhalt: Wir behandeln in diesem Proseminar verschiedene Algorithmen, die entscheiden, ob ein bestimmtes Wort in einem gegebenen Text vorkommt. Diese werden in Editoren und beim UNIX-Kommando *grep* benötigt. Wir betrachten auch einige verwandte Probleme.

Perfekte Graphen [Seminar]

Dozent: Taraz; Veranstaltungszeit: Mi 14-16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.
Vorbesprechung: Mittwoch, 15.4., 14:15 Uhr, Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.

Inhalt: Ein Graph heißt *perfekt*, wenn für jeden seiner induzierten Subgraphen die chromatische Zahl mit der Cliquenzahl übereinstimmt. Die Klasse der perfekten Graphen zeichnet sich einerseits durch eine große Vielzahl schöner struktureller Ergebnisse aus, die sich um die sogenannte Perfekte-Graphen-Vermutung ranken, andererseits sind hier viele ansonsten schwer zugängliche Probleme durch elegante Algorithmen effizient lösbar. Ziel des Seminars ist es, die strukturellen wie auch die algorithmischen Aspekte dieses Teilgebiets der Graphentheorie gleichermaßen zu beleuchten. Das Seminar wendet sich an Studierende im Hauptstudium. Studierende im vierten Semester, die sich stark für Graphentheorie interessieren, können ebenfalls teilnehmen.

Forschungsseminar

Dozent: Prömel; Veranstaltungszeit: Mi 16-18 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: Axel-Springer-Str. 54a, Raum 016.

Diskrete Mathematik [Seminar]

Dozenten: Prömel, Karonski;

Inhalt: Dies ist ein gemeinsames Seminar (in englischer Sprache) mit M. Karonski von der Adam Mickiewicz Universität Poznan, Polen. Es werden ausgewählte Themen der algorithmischen diskreten Mathematik behandelt. Das Seminar findet als Blockseminar etwa aller vier Wochen freitags wechselweise in Berlin und in Poznan statt.

5.3 Technische Universität Berlin

Anwendungen der ganzzahligen Optimierung [Vorlesung]

Dozent: Grötschel; Vorlesungszeit: Mi 16-18, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 312.

Inhalt: Ziel der Vorlesung ist die detaillierte Analyse konkreter Anwendungsprobleme der ganzzahligen Optimierung. Dabei werden sowohl die mathematische Modellierung der praktischen Fragestellungen, die Entwicklung der zugehörigen mathematischen Theorie und problem-adäquater Algorithmen behandelt. Die Untersuchung folgender Anwendungsbereiche ist vorgesehen: Steuerung von NC-Maschinen, von Hochregallagern, von Kommissioniersystemen und von fahrerlosen Transportsystemen; Management von Rufbussystemen; Fahrzeugeinsatzplanung im öffentlichen Nahverkehr; verschiedene Probleme des VLSI-Design; Optimierung von Telekommunikationsnetzen, Frequenz- und Bandbreitenzuweisung im Mobilfunk. Alle Fallstudien sind in meiner Arbeitsgruppe am Konrad-Zuse-Zentrum entstanden. Im Rahmen der Vorlesung ist die Besichtigung von Partnerfirmen geplant, mit denen zur Zeit Projekte durchgeführt werden.

Theorie und Algorithmen partiell geordneter Mengen [Vorlesung]

Dozent: Gustedt; Vorlesungszeit: Do 10-12, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 306.

Inhalt: Die Theorie partiell geordneter Mengen (Ordnungen) liefert das mathematische Rüstzeug, um die verschiedensten Arten von Abhängigkeiten zwischen Objekten, Aufgaben oder Ereignissen zu modellieren. Die einzige Voraussetzung, die an die Abhängigkeitsbeziehung gestellt wird, ist die der *Transitivität*: falls ein Objekt, eine Aufgabe oder Ereignis x von einem anderen y abhängt, welches wiederum von einem dritten z abhängt, wird verlangt, daß x auch von z abhängen muß. Diese Voraussetzung wird von vielen Strukturen in den verschiedensten Bereichen erfüllt, z. B.:

- der zeitlichen Reihenfolge von Ereignissen,
- der Ursache-Wirkung Beziehungen zwischen Tatsachen, oder
- der Anordnung reeller Zahlen.

In der Vorlesung werden wir die Grundlagen der Theorie partiell geordneter Mengen entwickeln, und uns dann primär um die algorithmische Seite der Theorie kümmern. Dazu gehört z. B. die Berechnung bestimmter Parameter von Ordnungen, die Erkennung bestimmter wichtiger Teilklassen von Ordnungen oder das möglichst “billige” Abändern einer nicht-transitiven Relation zu einer Ordnung.

Kombinatorische Topologie [Vorlesung]

Dozent: Joswig; Vorlesungszeit: Mo 10-12, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 851.
Übungen: Joswig, de Longueville, 2-stündig.

INHALT: Die Vorlesung versteht sich als eine Einführung in die Algebraische Topologie. Zentrale Gegenstände der Vorlesung sind die Homologie- und Fundamentalgruppen endlicher Simplizialkomplexe.

Ausgehend von klassischen Fragestellungen, wie z.B. der rein topologischen Charakterisierung der Dimension endlich-dimensionaler reeller Vektorräume wird im ersten Teil der Vorlesung die simpliziale Homologietheorie entwickelt. Hierbei soll ausdrücklich der geometrisch-intuitiven Sichtweise gegenüber der algebraisch-abstrakten der Vorzug gegeben werden. Eine in diesem Zusammenhang wichtige Rolle spielen gewisse topologische Konstruktionen (Einhängung, Abbildungszylinder, usw.). Ein weiterer Schwerpunkt, vor allem der Übungen, soll durch Querverbindungen zur Kombinatorik und algorithmische Aspekte gebildet werden (Schälbarkeit, Kollabierbarkeit, Berechnung von Homologiegruppen, usw.).

Der zweite Abschnitt der Vorlesung wird sich mit Fundamentalgruppen beschäftigen. Dabei soll es auch um die Beziehung zur kombinatorischen Gruppentheorie gehen.

Scheduling [Vorlesung]

Dozent: Möhring; Vorlesungszeit: Di 12-14, Fr 10-11, 3-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 144.
Übungen: Möhring, Fr 11-12, 2-stündig.

INHALT: Behandelt werden mathematische Grundlagen der zeitlichen Planung (Scheduling) von Projekten mit deterministischen bzw. stochastischen Vorgangsdauern und unter Berücksichtigung von Restriktionen in Form von Anordnungsbeziehungen, Betriebsmittelbeschränkungen, Zeitfenstern usw. Die Methoden tangieren verschiedene mathematische Gebiete wie kombinatorische Optimierung, Ordnungstheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie.

Algebraische Kombinatorik ganzzahliger Polytope [Vorlesung]

Dozent: Welker; Vorlesungszeit: n.V. 1. Termin am 5.5. 16 Uhr, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 645.

INHALT: Die Vorlesung liefert eine Einführung in algebraische Methoden zur Untersuchung ganzzahliger Polytope. Es wird gezeigt wie man tiefe Ergebnisse über die Anzahl ganzzahliger Punkte in einem Polytop in Polynomringen und ihren Quotienten interpretieren und beweisen kann. Insbesondere wird das

Wachstum dieser Anzahl beim Strecken eines Polytops um einen ganzzahligen Faktor diskutiert. Die Vorlesung ist elementar angelegt und liefert je nach Kenntnisstand der Zuhörer die Basisfakten über Polynomringen, Ideale oder Polytope nach. Studenten mit Vorkenntnissen auf dem Gebiet der ganzzahligen Polyope können durch die Vorlesung eine alternativen Zugang zur dieser Theorie kennenlernen.

Im einzelnen sollen folgende Themen behandelt werden:

- Stanley-Reisner Ringe und ihre Anwendungen in der enumerativen Kombinatorik (insbesondere Zählen ganzzahliger Punkte).
- Hilbert-Reihen, Ehrhart-Polynome, der Satz von Macaulay, h-Vektoren.
- Polytopale-Halbgruppenringe.

Graphen- und Netzwerk-Algorithmen [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Do, Fr 10-12 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: TU-Mathematikgebäude, MA 041.
Übungen: Ziegler, Schwartz, Mi 10-12 Uhr, 2-stündig.

INHALT: Viele in der „Praxis“ auftretende Optimierungs-, Planungs- und Steuerungsprobleme lassen sich als Optimierungsprobleme auf endlichen Graphen modellieren.

In dieser Vorlesung geht es zunächst um solche Probleme darunter, die sich „effektiv“ (im Sinne der Komplexitätstheorie) lösen lassen: kürzeste Wege, aufspannende Bäume, Matchings, Netzwerk-Flüsse, usw. Für die Diskussion effektiver Lösungsverfahren werden wir auch die Grundbegriffe der Graphentheorie entwickeln, und sehr allgemeine algorithmische Prinzipien kennenlernen: darunter Greedy-, Augmentierungs- und Primalduale Verfahren.

Danach diskutieren wir Lösungsstrategien für NP-vollständige (komplexitätstheoretisch vermutlich schwere) Probleme: primale und duale Heuristiken, sowie Ansätze der dynamischen Programmierung und Enumerationsverfahren.

In den **Übungen** soll unter anderem die „Modellierung“ geübt werden: die günstige Formulierung von Praxis-Situationen als mathematische Optimierungsprobleme.

Kombinatorische Geometrie: Polytope [Vorlesung]

Dozent: Ziegler; Vorlesungszeit: Di, Mi 14-16 Uhr, 4-stündig;
Veranstaltungsort: TU-Mathematikgebäude, MA 363.
Übungen: Ziegler, Skutella, n. V. 2-stündig.

INHALT: Diese Vorlesung ist eine Einführung in die diskrete Geometrie. Als „Anschauungsmaterial" wollen wir uns ein großes, aktives und anwendungsrelevantes Gebiet erobern: die faszinierende Welt der Polytope. Zur Einführung gehört

- das Studium interessanter **Beispiele** (3-Polytope, zyklische Polytope, reguläre Polytope, Assoziaeder, 4-Polytope, nicht-rationale Polytope, etc.),
- die Diskussion wichtiger **Methoden** (Lineare Algebra, graphentheoretische Methoden, Schlegel-Diagramme, Gale-Diagramme, Faserpolytope, etc.),
- eine Übersicht über die wesentlichen **Resultate** des Gebietes (über die Berechnung von Polytopen, Durchmesserschranken, Realisierung und Universalität, Polytope mit wenigen Ecken, etc.), sowie
- eine Auswahl aktiv beforschter offener Fragen und **Probleme**.

Graphen- und Netzwerkalgorithmen [Seminar]

Dozenten: Gustedt, Köhler; Veranstaltungszeit: Mi 16-18;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude MA 642.

INHALT: Graphen dienen in vielen Bereichen als Modellierungswerkzeug zur Beschreibung von Relationen zwischen Objekten, z. B. dem Netzplan eines Verkehrssystems oder dem Interferenzgraphen von Variablen eines imperativen Programms. Um mit großen Graphen in der Praxis effizient umgehen zu können, bedarf es nicht nur schneller Algorithmen, sondern auch kompakter Repräsentationen derjenigen Graphen, die im konkreten Fall auftreten können.

Dieser Aspekt der effizienten Repräsentation wird im neuen Buch von Jeremy Spinrad *„Efficient Representations of Graphs"* besonders hervorgehoben, das als Textbasis für unser Seminar dient.

Doktoranden- und Diplomandenseminar [Seminar]

Dozent: Möhring; Veranstaltungszeit: Do 10-12, 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU, Mathematikgebäude, MA 645.

INHALT: Vorträge von Doktoranden, Diplomanden und Mitarbeitern zu aktuellen Forschungsthemen in der kombinatorischen Optimierung und algorithmischen Graphentheorie.

0/1-Polytope [Seminar]

Dozent: Ziegler; Veranstaltungszeit: Fr 14-16 Uhr (?), 2-stündig;
Veranstaltungsort: TU-Mathematikgebäude, MA 541.
Themenvergabe und erste Sitzung: Freitag, 17. April 1998, 14 Uhr, Raum MA 541

INHALT: 0/1-Polytope sind die Unterpolytope des d-dimensionalen Würfels (also Polytope für die alle Eckenkoordinaten 0 oder 1 sind). Solche Polytope sind ungemein wichtige Objekte in der kombinatorischen Optimierung, unabhängig davon aber auch geometrisch und kombinatorisch hochinteressant.

In diesem Seminar wollen wir gemeinsam kombinatorische und geometrische Aspekte des Themas studieren und diskutieren. Als Themen sind unter anderem geplant:

- Kombinatorische Typen:
  Wie viele verschiedene 0/1-Polytopen gibt es überhaupt?
- Graphen von 0/1-Polytopen
- Schnitt-Polytope
- 0/1-Polytope und Triangulierungen von 0/1-Polytopen
- Extremalprobleme: 0/1-Polytope mit vielen Facetten, etc.
- Enumeration von 0/1-Polytopen
- Facettenkomplexität

Dabei sollen ältere und aktuelle Aufsätze gelesen und vorgetragen werden, und auf ihre Tragfähigkeit in Bezug auf die vielen offenen Fragen des Gebietes abgeklopft werden.

6 Semesterberichte der Stipendiaten vom Wintersemester 1997/98

Dr. Peter Braß

Betreuer:	Prof. Dr. Helmut Alt
Arbeitsbereich:	Diskrete Geometrie, Kombinatorik
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Januar 1997

Arbeitsgebiet

Meine Interessengebiete sind Diskrete Geometrie, Konvexgeometrie sowie Kombinatorik und seit kurzem auch Algorithmische Geometrie.

Ergebnisse

Im letzten halben Jahr habe ich sehr verschiedene Probleme untersucht. Durch eine Arbeit von K. Swanepoel über Abstände in normierten Räumen angeregt, habe ich noch einmal das Problem von Petty über die Existenz von gleichseitigen Simplizes in normierten Räumen aufgegriffen und eine asymptotische Verbesserung erreicht [3]. Petty stellte 1971 die Frage, ob jeder normierte Raum der Dimension d eine Menge von $d+1$ Punkten mit paarweisem Abstand eins existiert. Diese Frage ist, wie ein Beinahe-Gegenbeispiel von Petty zeigt, durchaus nicht trivial: Ab Dimension drei enthält jeder normierte Raum vier Punkte mit paarweisem Abstand eins, aber schon in Dimension vier gibt es eine Norm, in der manche solchen vierpunktigen Mengen nicht zu fünf Punkten zu erweitern sind. Ich habe nun diese untere Schranke von vier verbessert, indem ich zeigte, daß für jedes k eine Dimension $d(k)$ existiert, ab der jeder normierte Raum k Punkte mit paarweisem Abstand eins enthält.

Außerdem habe ich Probleme vom Turán-Typ für konvexe Darstellungen (Diagonalensysteme eines regelmäßigen n-Ecks) untersucht. Turán-Typ-Probleme sind eine sehr allgemeine Klasse, die vielfach beweistechnisch nützlich sind, und die im Prinzip für sehr viele Strukturen formuliert werden können: Man kann in vielen Weisen nach der maximalen Grösse einer Struktur, die eine gegebene Teilstruktur nicht enthält, fragen. Die spezielle Strukturklasse der konvexen Darstellungen scheint mir interessant, weil sie als kombinatorisches

Modell für manche geometrisch definierten Diagonalensysteme dienen könnte, etwa für das Erdős-Problem der Maximalzahl der Einheitsabstände in einem konvexen n-Eck. Ich habe über einige Ergebnisse hierzu auf einer Konferenz in Kazimierz Dolny vorgetragen.

Ferner habe ich über das Problem eines Kongruenztests zweier d-dimensionaler Mengen von je n Punkten nachgedacht und die Komplexität zu $O(n^{\lceil \frac{1}{3}d \rceil} \log n)$ verbessern können. Schließlich betrachte ich seit kurzem Varianten zu Helly-Problemen für Punkt-Geraden-Anordnungen.

Aktivitäten

- Erschienen sind die Arbeiten [1] und [2]. Die erste gibt die exakte Lösung des Problems der Maximalzahl Einheitsabstände im vierdimensionalen euklidischen Raum, einschließlich der Beschreibung sämtlicher Maximalkonfigurationen; die zweite ist ein eingeladener Beitrag für das Jahrbuch, ein Versuch, den Bereich der kombinatorischen Geometrie für einen größeren mathematischen Personenkreis zu popularisieren.
- Eingereicht wurde die Arbeit [3].
- Auf der DMV/ÖMG-Jahrestagung in Salzburg wurde ich in das Sprechergremium der Fachgruppe Geometrie gewählt
- Vorträge auf der *ODSA 1997* in Rostock (8.9–10.9.1997), über Kongruenz-Tests für d-dimensionale Punktmengen, auf der *Third Cracow Conference on Graph Theory* in Kazimierz Dolny (15.9.–19.9.1997) über Ergebnisse vom Turán-Typ für konvexe Darstellungen, und auf der *DMV/ÖMG-Jahrestagung 1997* in Salzburg (21.9–27.9.1997) über isoperimetrische Ungleichungen für periodische Mengen.
- Eingeladener Vortrag in der *Special Session on Graphs and Combinatorial Geometry*, 3rd *Joint Meeting of the AMS and the SMM* in Oaxaca (Mexico), über Strukturergebnisse für Mengen mit vielen Einheitsabständen.

Literatur

[1] P. Brass: *On the maximum number of unit distances among n points in dimension four, Bolyai Society Mathematical Studies* **4** (1997) 277–290.

[2] P. Brass: *Häufige Abstände in endlichen Punktmengen,* Jahrbuch *Überblicke Mathematik 1998*, 66–75.

[3] P. Brass: *Equilateral Simplices in normed spaces,* eingereicht für die *Beiträge zur Algebra und Geometrie.*

Clemens Gröpl

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Formale Verifikation, boolesche Funktionen
Thema:	Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1. 4. 1996

Promotionsthema

In meinem Promotionsvorhaben arbeite ich im Umfeld von effizienten Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs. Als Arbeitsschwerpunkt hat sich dabei in den zurückliegenden eindreiviertel Jahren die Analyse von OBDDs und verwandten Strukturen sowie effizienten Algorithmen zu deren Manipulation, insbesondere für das Variablenordnungsproblem, herauskristallisiert.

Ergebnisse

Zusammen mit H. J. Prömel und A. Srivastav bin ich der Frage nachgegangen, für welche Parametrisierungen von $n = \#$Variablen die erwartete Größe von OBDDs für zufällige Boolesche Funktionen mit deren worst-case Größe (bis auf Terme von kleinerer Ordnung) zusammenfällt. Diese Untersuchungen führten auf eine im wesentlichen vollständige Klassifikation aller Folgen von n, für dieses als sogenannter starker Shannon-Effekt bekannte Phänomen gilt bzw. nicht gilt. Die Verwendung von Azumas Martingalungleichung und Chvátals Ungleichung für die hypergeometrische Verteilung ermöglichte es uns außerdem, die Schranken für „große" Abweichungen vom Erwartungswert deutlich zu verschärfen. Die inzwischen für die Konferenz STACS '98 akzeptierte Arbeit [5] wird demnächst (in ungekürzter und nochmals überarbeiteter Form) zur Publikation in einem Journal eingereicht werden.

Der beim GI-Forschungsseminar „Beweisverifikation und Approximationsalgorithmen“, 21.–25. 4. 1997, im IBFI Schloß Dagstuhl gehaltene Vortrag „Parallel Repetition of MIP(2,1) Proof Systems“ [4] ist inzwischen im Seminarband erschienen.

Die Arbeit „Efficient Ordering of State Variables and Transition Relation Partitions in Symbolic Model Checking“ [1] wurde zur CAV ’98 eingereicht.

Ferner habe ich mich experimentell und theoretisch mit der Variablenordnungsproblematik in *BMDs [3] befaßt.

Ziele

Von hohem theoretischen Interesse ist die Frage, wie gut eine optimale Variablenordnung in polynomieller Zeit approximiert werden kann. Hier wurde von Sieling [6] vor kurzem ein bemerkenswerter Teilerfolg erzielt: Entweder es existiert kein polynomieller $(1 + 1/14943 - \delta)$-Approximationsalgorithmus ($\delta > 0$ konstant) für das MinOBDD-Problem (gegeben eine Funktion f als OBDD, finde eine optimale Variablenordnung), oder P = NP. Dies verschärft ein NP-Vollständigkeitsresultat von Bollig und Wegener [2]. Ein Schwerpunkt meiner eigenen Untersuchungen ist es zur Zeit, den Nichtapproximierbarkeitsfaktor weiter zu verbessern.

Die bereits im Kolloquium des Graduiertenkollegs vorgetragenen Ideen zur Vereinfachung der Swap-Operation in *BMDs (multiplicative binary moment diagrams, [3]) sollen zunächst als Technischer Bericht veröffentlicht werden.

Vom 8. 1. bis 22. 2. 1998 werde ich bei der IBM Deutschland Entwicklung GmbH (IDE), Böblingen, als Werkstudent arbeiten und mich dabei mit der Implementation von heuristischen Algorithmen zur Optimierung von OBDD-Variablenordnungen befassen.

Aktivitäten

- Publikationen: [1, 4, 5].
- Vortrag über „Ordered Binary Decision Diagrams for Random Boolean Functions“ im Rahmen der Sommerschule über „Randomized Algorithms“ in Antonin, 1.–5. 9. 1997.
- Vortrag über „Variable Ordering in *BMDs“ im Kolloquium des Graduiertenkollegs an der Technischen Universität Berlin am 3. 11. 1997.

- Vortrag „Einführung in die Kompetitivitätsanalyse von Online-Algorithmen anhand des Paging-Problems“ und Betreuung von zwei Vorträgen im Seminar „Online-Algorithmen“ am Lehrstuhl, 11. 11. 1997.
- Vortrag über „Size and Structure of Ordered Binary Decision Diagrams for Random Boolean Functions“ im Rahmen des Kolloquiums über Kombinatorik an der Technischen Universität Braunschweig, 14.– 15. 11. 1997.
- Werkstudenten-Tätigkeit bei der IBM Deutschland Entwicklung GmbH (IDE), Böblingen, vom 8. 1. bis 22. 2. 1998.
- Teilnahme an der Konferenz STACS ’98 (Paris), 25.– 27. 3. 1998.
- Mitarbeit bei der Konzeption und Betreuung von Programmentwicklungen im DFG-Projekt „Effiziente Algorithmen zur formalen Verifikation von VLSI-Designs“ am Lehrstuhl.
- Referee-Tätigkeit für die Konferenz STACS ’98 (zwei Arbeiten) und das Journal „Random Structures and Algorithms“ (eine Arbeit).

Literatur

[1] Mathias Block, Clemens Gröpl, Harry Preuß, Hans Jürgen Prömel, Anand Srivastav: *Efficient Ordering of State Variables and Transition Relation Partitions in Symbolic Model Checking*; Preprint, Juli 1997. Eingereicht zu „Compter Aided Verification“ (CAV ’98, Vancouver).

[2] Beate Bollig, Ingo Wegener: *Improving the variable ordering of OBDDs is NP-complete*; IEEE Transactions on Computers, vol. 45, no. 9, 1996, 993 – 1002.

[3] Randal E. Bryant, Yirng-An Chen: *Verification of Arithmetic Functions with Binary Moment Diagrams*; 32nd Design Automation Conference, 1995.

[4] Clemens Gröpl, Martin Skutella: *Parallel Repetition of MIP(2,1) Proof Systems*; erscheint in: „Proof Verification and Approximation Algorithms - A Tutorial“, Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, Seiten 161 bis 177.

[5] Clemens Gröpl, Hans Jürgen Prömel, Anand Srivastav: *Size and Structure of Random Ordered Binary Decision Diagrams*; erscheint in den „Proceedings of the 15th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science“ (Paris, Februar 1998), Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, 11 Seiten.

[6] Detlef Sieling: *On the Existence of Polynomial Time Approximation Schemes for OBDD Minimization*; Erscheinungsort wie bei [5], 11 Seiten.

Christian Haase

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	diskrete Geometrie
Thema:	Gitterpolytope, unimodulare Triangulierungen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.4.1997

Arbeitsgebiet

Polytope, deren Ecken auf einem gegebenen Gitter liegen (zum Beispiel ganzzahlige Koordinaten haben) spielen immer noch in verschiedenen Gebieten der Mathematik und ihrer Anwendungen eine zentrale Rolle [BG] [Fu] [E]. Die einfachsten Vertreter dieser Spezies sind die Gittersimplexe. Jedes Gitterpolytop kann man in elementare (das heißt bis auf die Ecken gitterpunktfreie) Simplices triangulieren. Für algebraische Geometer kann diese Triangulierung regulär gewählt werden. Die Theorie dieser elementaren Simplices ist in Dimension zwei ausgesprochen langweilig: es gibt - bis auf unimodulare Äquivalenz - nur ein solches Dreieck. In Dimension drei ist diese Theorie nicht trivial, aber erledigt [W] [Sc]. Ab Dimension vier wird die Sache interessant.
Kann man Gittertetraeder noch in zwei benachbarte Gitterebenen einspannen - sie haben Gitterweite 1, konnten wir ein vierdimensionales elementares Simplex der Weite 4 angeben. Da unsere Suche darüberhinaus erfolglos blieb, ist es das einfachste zu vermuten, daß es keine weiteren (im doppelten Sinne) gibt. Die größte Gitterweite eines d-dimensionalen elementaren Simplexes $w(d)$ ist endlich, $O(d^2)$ [KL] (für Gitterpunktfreie Konvexe Körper), und sie wächst mindestens linear in der Dimension [K]. Wir konnten zeigen, daß jedes $(d-1)$-dimensionale elementare Simplex Facette von unendlich vielen elementaren d-Simplexen der gleichen Weite ist. Insbesondere ist $w(d)$ also monoton. Daraus

läßt sich wiederum eine Vermutung ableiten: Gibt es nur endlich viele elementare d-Simplices der Weite $> w(d-1)$? Wie sich kürzlich herausstellte, ist diese Vermutung falsch: Es gibt unendliche Familien elementarer 4-Simplices der Weite 2. Wie weit (...) man mit diesem Ansatz kommt, sollte sich noch in diesem Semester herausstellen.
Das im letzten Bericht angedeutete algebraische Geometrie Projekt mit Dimitris Dais ist soweit vorangeschritten, daß wir eine Formel für das Ehrhard Polynom und die Ehrhard Reihe der zentralsymmetrischen Delpezzo-Polytope angeben können. Für das 'große Ziel', die Berechnung der Hodge-Zahlen einer kompaktifizierten Hyperfläche in der zugehörigen torischen Varietät, werden aber noch die Koeffizienten der Ehrhard Reihe benötigt, welche aus unserer Formel nicht hervorgehen. Vielleicht kann aber ein Verfahren implementiert werden, das die gesuchten Größen zumindest für kleine Dimensionen explizit berechnet.

Aktivitäten

- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar *Diskrete Geometrie* G.M.Ziegler
- Vorlesung *Unimodulare Triangulierungen* G.M.Ziegler
- Vorlesung *Testmengen in der kombinatorischen Optimierung* M.Henk
- Forschungskolloquium *Topologische Kombinatorik* in Dahme
- DMV-Seminar *Polytopes and Optimization*
- Vortrag *Lattice simplices of high width* beim Anhaltinischen Geometrietag

Ausblick

Wie versprochen habe ich meine Interessen etwas mehr gebündelt. Ich hoffe, im folgenden Semester das oben angedeutete Hodge-Zahlen-Projekt mit einer kleinen 'Wertetabelle' abschließen zu können. Die Vorlesung unimodulare

Triangulierungen von G.M.Ziegler soll in Buchform gebracht werden. Ansonsten möchte ich mich hauptsächlich meinem Lieblingsproblem, der Gitterweite elementarer Simplices widmen.

Literatur

[BG] T.Burger, P.Gritzmann; Polytopes in Combinatorial Optimization; Preprint Uni Trier.

[E] G.Ewald; Combinatorial convexity and algebraic geometry; GTM 168; Springer New York.

[Fu] W.Fulton; Introduction to Toric Varieties; Ann.Math.Stud.131 Princeton (1993).

[KL] R.Kannan, L.Lovász; Covering Minima and Lattice-Point-Free Convex Bodies; Ann.Math. 128 (1988) 577-602.

[K] J.-M. Kantor; On the width of lattice-free simplices; Preprint (1997).

[Sc] H.E.Scarf; Integral Polyhedra in three Space; Math.Oper.Res. 10 (1985) 403-438.

[W] G.K.White; Lattice Tetrahedra; Canad.J.Math. 16 (1964) 389-396.

Christian Knauer

Betreuer:	Prof. Dr. Helmut Alt
Arbeitsbereich:	Algorithmische Geometrie
Thema:	Methoden der algorithmischen Geometrie in der Mustererkennung
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Juni 1997

Darstellung des Promotionsthemas

Die algorithmische Geometrie beschäftigt sich mit dem Entwurf und der Analyse von effizienten Datenstrukturen und Algorithmen zur Lösung von geometrisch motivierten Problemstellungen. Typische Beispiele für solche Problemstellungen sind etwa die Berechnung der konvexen Hülle einer Punktmenge oder die Berechnung aller Schnittpunkte einer Menge von Liniensegmenten.

Auch in der Mustererkennung trifft man auf solche geometrischen Fragestellungen: Zu zwei Mengen von Liniensegmenten in der Ebene, M (dem *Muster*) und B (dem *Bild*) der Kardinalität $m = \#M$ und $b = \#B$ suchen wir in einer Menge von *zulässigen Transformationen* $\mathcal{T}$ (z.B. Translationen oder starre Bewegungen) eine Abbildung t, die $\tilde{\delta}_H(t(M), B)$, den *einseitigen Hausdorff-Abstand* von $t(M)$ nach B, minimiert. Dabei ist $\tilde{\delta}_H(t(M), B)$ der größte Abstand, den ein Punkt aus $t(M)$ zu seinem nächsten Nachbarn in B hat

$$\tilde{\delta}_H(t(M), B) = \max_{p \in t(M)} \min_{q \in B} ||p - q||,$$

also ein Maß dafür, wie „ähnlich" $t(M)$ zu einem Teilmuster von B ist.

Mit zunehmender Anzahl der Freiheitsgrade der zulässigen Transformationen wird auch die Lösung des Problems aufwendiger. So kann der einseitige Hausdorff-Abstand von M nach B auf einer arithmetischen RAM (vgl. [PS85]) nach [ABB95] noch in $\mathcal{O}((b+m)\log(b+m))$ Schritten (uniformes Kostenmaß) berechnet werden ($\mathcal{T} = \emptyset$), während die Laufzeit des derzeit asymptotisch besten Algorithmus zum Auffinden einer optimalen Translation nach [AST94] bereits von der Größenordnung $\mathcal{O}((bm)^2 \log^3 bm)$ ist.

Obwohl die Fragestellung sehr stark aus der Anwendung heraus motiviert ist, und die theoretischen Grundlagen bereits weitgehend vorhanden sind, fehlen Implementierungen der entwickelten Verfahren, mit deren Hilfe die Praktikabilität dieser Algorithmen beurteilt werden könnte. Die Realisierung der Algorithmen wird im wesentlichen durch die folgenden Probleme erschwert:

- Oftmals kommen komplexe Datenstrukturen (z.B. Voronoi-Diagramme von Liniensegmenten) und Methoden (z.B. parametrische Suche) zum Einsatz.

- Geometrische Daten müssen durch Zahlentypen beschränkter Genauigkeit im Rechner repräsentiert werden; dem gegenüber steht das idealisierte Rechnen mit reellen Zahlen - eine Annahme, die beim Entwurf der meisten Algorithmen zugrundegelegt wird.

Dies wirft eine Reihe von Fragen auf, denen man bei der Implementierung von geometrischen Algorithmen immer wieder begegnet, die also nicht unbedingt spezifisch für aus der Mustererkennung motivierte Anwendungen sind:

- Können asymptotisch gute Verfahren auch effizient in die Praxis umgesetzt werden?
- Lohnt es sich, anstelle von asymptotisch optimalen Verfahren, „schlechtere“, aber konzeptionell einfachere - und damit auch leichter zu implementierende - Methoden zu verwenden?
- Lohnt es sich, anstelle von exakten Verfahren, approximative, aber schnellere und konzeptionell einfachere Methoden zu verwenden (z.B. Referenzpunktmethoden nach [AAR97])?
- Mit welcher Genauigkeit muß gerechnet werden, um die topologische Korrektheit des Endresultates garantieren zu können, bzw. um eine vorgegbene Fehlerschranke nicht zu überschreiten?

Aktivitäten

- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloquium des Graduiertenkollegs.
- Teilnahme an der Vorlesung „On-Line and Adversarial Algorithms“ von Prof. Dr. William T. Trotter.
- Teilnahme an der Sommerschule „Algorithmische Geometrie“ des Graduiertenkollegs in Chorin vom 16.-18. Juni 1997.
- Teilnahme an der Sommerschule „Reelle algebraische Geometrie“ am Institut für Mathematik der Universität Potsdam vom 6.-10. Oktober 1997.
- Vortrag über „Verfahren der algorithmischen Geometrie zur Erkennung von Punktmustern und polygonalen Formen“ bei Prof. Dr. Volker Strehl am Lehrstuhl für künstliche Intelligenz (IX) des Instituts für mathematische Maschinen und Datenverarbeitung (Informatik) der Universität Erlangen-Nürnberg.

Ausblick

- Teilnahme an der Vorlesung „Geometrisches Rechnen“ von Prof. Dr. Emo Welzl.

- Teilnahme am ADiMMO Workshop vom 6.-7. April 1998 in Trier.
- Teilnahme an der Sommerschule „Diskrete Mathematik“ des Graduiertenkollegs vom 26.-30. April 1998 in Chorin.

Literatur

[AAR97] H. Alt, O. Aichholzer, G. Rote. Matching shapes with a reference point. *Internat. J. Comput. Geom. Appl.*, to appear.

[ABB95] H. Alt, B. Behrends, J. Blömer. Approximate matching of polygonal shapes. *Ann. Math. Artif. Intell.*, 13:251–266, 1995.

[AST94] P. Agarwal, M. Sharir, S. Toledo. Applications of parametric searching in geometric optimization. *J. Algorithms*, 17:292–318, 1994.

[PS85] F. P. Preparata, M. I. Shamos. *Computational Geometry: An Introduction.* Springer-Verlag, New York, NY, 1985.

Ekkehard Köhler

Betreuer:	Prof. Dr. Rolf H. Möhring
Arbeitsbereich:	Algorithmische Graphentheorie
Thema:	Stuktureigenschaften und Algorithmen verschiedener Graphenklassen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Promotionsthemas

Eine Vielzahl von interessanten Graphenproblemen sind NP–vollständig, wenn man sie auf allgemeinen Graphen betrachtet. Möchte man dennoch in vertretbarer Zeit eine Lösung für ein solches Problem finden, gibt es verschiedene Ansätze. Eine Möglichkeit ist, sich auf bestimmte Eingaben zu beschränken, d.h. nur solche Graphen als Eingabe zuzulassen, die gewisse Eigenschaften besitzen. In vielen Fällen ist es möglich für diese speziellen Graphenklassen effiziente, oder sogar optimale Algorithmen zu finden.

Ein Beispiel für eine solche spezielle Graphenklasse ist die Klasse der Graphen ohne asteroidale Tripel (auch AT–freie Graphen genannt). Unter einem asteroidalen Tripel in einem Graphen $G = (V, E)$ versteht man eine Menge von drei paarweise verschiedenen, nicht adjazenten Knoten, so daß es für je zwei dieser Knoten einen Pfad in G gibt, der die Nachbarschaft des dritten Knotens vermeidet. Ein Graph heißt AT–frei, wenn er kein asteroidales Tripel enthält.

Der Begriff des asteroidalen Tripels wurde von Lekkerkerker und Boland bereits 1962 eingeführt und von Gallai in seiner bekannten Arbeit über transitiv orientierbare Graphen aufgegriffen. Aber erst zu Beginn der 90er Jahre wurden die AT–freien Graphen als Klasse an sich betrachtet (siehe [1, 2]).

Diese Graphenklasse hat eine Reihe interessanter Eigenschaften. So enthält sie die Intervallgraphen, die Permutationsgraphen, die Trapezgraphen und die Cocomparabilitygraphen, ist aber im Gegensatz zu den genannten Graphenklassen selbst nicht in der Klasse der Perfekten Graphen enthalten.

Während meiner Forschungstätigkeit im Graduiertenkolleg möchte ich mich insbesondere mit dieser Graphenklasse genauer beschäftigen. Dabei liegt mein Hauptinteresse auf der Untersuchung von speziellen Struktureigenschaften und deren Ausnutzung beim Entwurf effizienter Algorithmen.

Arbeitsgebiet und Ergebnisse

In den vergangenen Jahren wurden für die meisten "Standardoptimierungsprobleme", wie z.B. Independent Set, Clique, Partition into Cliques und verschiedene Dominierungsprobleme, beschränkt auf die Klasse der AT–freien Graphen, Polynomialzeitalgorithmen entwickelt, bzw. die NP–Vollständigkeit nachgewiesen. Für die Probleme k–Colorability, Hamiltonian Circuit und Hamiltonian Path ist die Komplexität nach wie vor offen.

Im vergangenen Semester habe ich mich unter anderem mit dem Hamiltonian Path und Hamiltonian Circuit Problem beschäftigt, also dem algorithmischen Finden eines Hamiltonpfades bzw. -kreises in AT–freien Graphen. Für die Klasse der Cocomparabilitygraphen (eine wichtige Teilklasse der AT–freien Graphen) existieren Polynomialzeitalgorithmen, die diese Probleme lösen [3, 4]. Diese Algorithmen machen Gebrauch von der Eigenschaft, daß das Komplement dieser Graphen transitiv orientierbar ist. Diese Eigenschaft gilt für AT–freie Graphen nicht mehr und es stellt sich die Frage, inwieweit dennoch Polynomialzeitalgorithmen für dieses Problem existieren.

Für das eingeschränkte Problem des Findens eines Hamiltonpfades bzw. eines Hamiltonkreises auf klauenfreien AT–freien Graphen (einer Verallgemeinerung von Unit-Interval Graphen) bzw. klauenfreien Graphen, die einen dominierenden sehnenlosen Pfad besitzen, konnte ich im letzten Semester einen Linearzeitalgorithmus entwickeln. Bei der Untersuchung des Problems stellte sich ebenfalls heraus, daß für diese eingeschränkte Graphenklasse der einfache Zusammenhang bereits eine hinreichende Bedingung für die Existenz eines Hamiltonpfades und der zweifache Zusammenhang eine hinreichende Bedingung für die Existenz eines Hamiltonkreises ist.

Im kommenden Semester möchte ich mich weiter mit den Problemen Hamiltonian Path, Hamiltonian Circuit, aber auch mit dem k–Colorability Problem, eingeschränkt auf die Klasse der AT–freien Graphen beschäftigen. Das Problem der k–Färbbarkeit ist für interessante Teilklassen AT–freier Graphen, wie Intervallgraphen, Permutationsgraphen und Cocomparabilitygraphen relativ leicht lösbar [5], da diese alle Perfekte Graphen sind und damit ihre Färbungszahl gleich ihrer Cliquenzahl ist. Dies gilt für AT–freie Graphen nicht mehr, wie man am Beispiel des C_5 sehen kann.

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs und Vortrag: *Recognition of AT–free Graphs*
- Besuch der Vorlesung *On-line and Adversarial Algorithms* von Tom W. Trotter
- Teilnahme am Seminar *Diskrete Optimierung* an der TU
- Teilnahme am *Kolloquium über Kombinatorik* in Braunschweig im November 1997, mit Vortrag
- Forschungsaufenthalt an der FSU Jena als Gast von Dieter Kratsch, Vortrag: Erkennung von AT–freien Graphen
- Vortrag im Oberseminar
- Teilnahme an Kurs für die Programmiersprache Java an der FU
- Gutachten für Discrete Applied Mathematics

Literatur

[1] D. Corneil, S. Olariu, and L. Stewart, *Asteroidal triple-free graphs*, Tech. Rep. TR-94-31, Old Dominion University, 1994.

[2] D. G. Corneil, S. Olariu, and L. Stewart, *Asteroidal triple–free graphs*, SIAM Journal of Discrete Mathematics, 10 (1997), pp. 399 – 430.

[3] P. Damaschke, J. Deogun, D. Kratsch, and G. Steiner, *Finding hamiltonian paths in cocomparability graphs using the bump number algorithm*, Order, 8 (1992), pp. 383 – 391.

[4] J. S. Deogun and G. Steiner, *Polynomial algorithms for hamiltonian cycle in cocomparability graphs*, SIAM Journal on Computing, 23 (1994), pp. 520 – 552.

[5] M. Golumbic, *The complexity of comparability graph recognition and coloring*, Computing, 18 (1977), pp. 199–208.

Matthias Kriesell

Betreuer:	Prof. Dr. H.-A. Jung
Arbeitsbereich:	Graphentheorie
Thema:	Eckenzusammenhang in endlichen Graphen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Work in progress

Im vergangenen Berichtszeitraum habe ich meine Dissertationsschrift verfaßt und im Dezember eingereicht.

Seither befasse ich mich, anknüpfend an ein Ergebnis meiner Dissertation, mit folgender Vermutung von Lovász (1989).

Weitere Vorhaben

Neben den Vorbereitungen auf die mündliche Prüfung werde ich mich, anknüpfend an ein Ergebnis meiner Dissertation, mit folgender Vermutung von Lovász (1989) befassen.

Vermutung 1. Zu jeder natürlichen Zahl k existiert eine (kleinste) natürliche Zahl $f_1(k)$ derart, daß es zwischen je zwei Ecken eines $f_1(k)$-zusammenhängenden Graphen einen sehnenlosen Weg gibt, so daß die Fortnahme seiner Ecken einen k-zusammenhängenden Graphen hinterläßt.

Vermutung 1 kann nicht verschärft werden, indem man statt nach sehnenlosen Wegen nach kürzesten Wegen fragt.

Die analoge Fragestellung für mehrfachen *Kantenzusammenhang* und Fortnahme von *Kanten* statt Ecken kann positiv beantwortet werden, da nach einem Satz von TUTTE und NASH-WILLIAMS (1961) jeder $2k$-kantenzusammenhängende Graph k kantendisjunkte aufspannende Bäume besitzt. Nach einem unveröffentlichten Ergebnis von MADER gibt es sogar zwischen je zwei Ecken eines $(k+2)$-kantenzusammenhängenden Graphen einen Weg (und damit auch einen sehnenlosen Weg), so daß die Fortnahme seiner Kanten einen k-kantenzusammenhängenden Graphen hinterläßt; dieses Resultat wurde von OKAMURA (1984) verschärft durch Zusatzbedingungen an die aufzufindenden Wege. Die $(k+1)$-regulären $(k+1)$-kantenzusammenhängenden Graphen zeigen, daß die Schranke "$k+2$" nicht verbessert werden kann.

Dagegen ist Vermutung 1 und sogar eine ganze Reihe möglicher Abschwächungen offen für $k \geq 3$. Mittels des TUTTE'schen Reduktionstheorems für 3-zusammenhängende Graphen ist $f_1(1) = 3$ leicht einzusehen. Ich konnte darüberhinaus $f_1(2) = 5$ zeigen.

Hier die beiden ersten Abschwächungen von Vermutung 1.

Vermutung 2. Zu jeder natürlichen Zahl k existiert eine (kleinste) natürliche Zahl $f_2(k)$ derart, daß es zwischen je zwei Ecken eines $f_2(k)$-zusammenhängenden Graphen einen Weg gibt, so daß die Fortnahme seiner Ecken einen k-zusammenhängenden Graphen hinterläßt.

Vermutung 3. Zu jeder natürlichen Zahl k existiert eine (kleinste) natürliche Zahl $f_3(k)$ derart, daß es zu je zwei Ecken eines $f_3(k)$-zusammenhängenden Graphen einen diese enthaltenden, zusammenhängenden Teilgraphen gibt, so daß die Fortnahme seiner Ecken einen k-zusammenhängenden Graphen hinterläßt. Ich bin sicher, daß Vermutung 3 bejaht werden kann. Weitere Varianten, etwa Vermutungen 4, 5 und 6 mit Funktionen f_4, f_5, f_6 entstehen, indem man in den Vermutungen 1, 2, 3 statt der Ecken Kanten fortnimmt. Natürlich gelten dann die Implikationen Vermutung 1 $\longrightarrow$ Vermutung 2 $\longrightarrow$ Vermutung 3 sowie Vermutung 4 $\longrightarrow$ Vermutung 5 $\longrightarrow$ Vermutung 6. Leicht zu sehen ist, daß die Vermutungen 4,5 und 6 sogar äquivalent sind, und ein Gradargument liefert die Implikation Vermutung 1 $\longrightarrow$ Vermutung 4. Es ist unklar, ob die Vermutungen 4, 5 und 6 schon aus den Vermutung 2 oder 3 folgen.

Eine reizvolle Verschärfung von Vermutung 4 ist folgende.

Vermutung 7. Zu jeder natürlichen Zahl k existiert eine (kleinste) natürliche Zahl $f_7(k)$ derart, daß jeder $f_7(k)$-zusammenhängende Graph einen aufspannenden Baum enthält, so daß die Fortnahme seiner Kanten einen k-zusammenhängenden Graphen hinterläßt.

Wie abermals aus dem Resultat von Tutte und Nash-Williams folgt, ist $f_7(1) = 4$, doch bereitet der Nachweis der Existenz von $f_7(2)$ (bisher) unüberwindbare Schwierigkeiten.

Vermutung 7 läßt sich weiter verschärfen.

Vermutung 8. Zu natürlichen Zahlen k, ℓ existiert eine natürliche Zahl $f_8(k, \ell)$ derart, daß jeder $f_8(k, \ell)$-zusammenhängende Graph kantendisjunkte aufspannende Teilgraphen enthält derart, daß der eine k-zusammenhängend und der andere ℓ-zusammenhängend ist.

Wieder gilt eine entsprechende Aussage für mehrfachen Kantenzusammenhang. Ersetzt man dagegen lediglich ℓ-zusammenhängend durch ℓ-kantenzusammenhängend (und f_8 durch f_9), so entsteht eine zur Vermutung 7 äquivalente Vermutung, etwa Vermutung 9.

Es ist bekannt, daß es zu k, ℓ ein $f_{10}(k, \ell)$ gibt, so daß jeder $f_{10}(k, \ell)$ zusammenhängender Graph G eckendisjunkte Teilgraphen besitzt, so daß der eine k-zusammenhängend und der andere ℓ-zusammenhängend ist. Man findet dann sogar solche Teilgraphen, deren Eckenmengen eine *Partition* von $V(G)$ bilden. Vermutung 8 fragt nach einer Partition von $E(G)$ in zwei Kantenmengen, die k- bzw. ℓ-zusammenhängende aufspannende Teilgraphen liefern.

Tagungen und Vorträge

- "International Colloquium on Extremal Graph Theory", 27. Juli bis 2. August 1997, Balatonlelle, Ungarn, Vortrag: "Contractible subgraphs in 3-connected graphs".
- "Workshop Cycles and Colorings '97", 7. bis 12. September 1997, Stara Lesná, Slowakien, Vortrag: "Contractible subgraphs in 3-connected graphs".
- "3rd Kraków Conference on Graph Theory", 15. bis 19. September

1997, Kazimierz, Polen, Vortrag: "Contractible subgraphs in 3-connected graphs".

- "Kolloquium über Kombinatorik", 14. und 15. September 1997, Braunschweig, Vortrag: "Contractible subgraphs in 3-connected graphs".
- Seminar über Graphentheorie Chemnitz, 8. Dezember 1997, Chemnitz, Vortrag: "Induced paths in 5-connected graphs".

Veröffentlichungen

- "A note on hamiltonian cycles in lexicographical products", J. Automata, Languages, and Combinatorics 2 (1997), No. 2.
- "Contractible subgraphs in 3-connected graph", Preprint Nr. 570/1997, TU Berlin.

Mark de Longueville

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Topologische Kombinatorik
Thema:	Topologische Methoden im Zusammenhang mit Partitions- und Färbungsproblemen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit 1.10.1997

Bei der Lösung kombinatorischer Probleme finden zuweilen auf erstaunliche Weise Methoden aus der algebraischen Topologie ihre Anwendung. Genannt seien hier beispielsweise die Kneser Vermutung (siehe [Lov78], [Ba78] und [Sch78]), die Evasiveness Vermutung (siehe [KST84]), sowie verallgemeinerte Partitionsprobleme wie das topologische Tverberg Theorem (siehe [BSS81], [Sa97] und [Lon98]). Es stellt sich die Frage, warum in diesen Fällen Gebrauch von topologischen Methoden gemacht wird, ob sich dies vermeiden läßt, und inwieweit diese Methoden auch auf andere Probleme der Kombinatorik anwendbar sind. Die *topologische Kombinatorik* geht diesen Fragen nach und versucht, den Gebrauch von topologischen Methoden für kombinatorische Problemstellungen zu systematisieren.

Das topologische Tverberg Theorem

Man betrachte für natürliche Zahlen q und d eine Abbildung

$$f : \Delta^{(q-1)(d+1)} \longrightarrow \mathbb{R}^d$$

vom Standardsimplex in den $\mathbb{R}^d$. Helge Tverberg hat 1966 (siehe [Tv66]) gezeigt, daß, wenn die Abbildung f affin linear ist, q paarweise disjunkte Seiten des Simplexes existieren, deren Bilder unter f einen gemeinsamen Schnittpunkt haben.
Wie verhält es sich nun, wenn von f lediglich Stetigkeit vorausgesetzt wird? Für den Fall, daß q eine Primzahl ist, läßt sich dann die obige Konklusion mit einer Verallgemeinerung des Borsuk-Ulam Satzes zeigen (siehe [BSS81]). Ist q eine Primzahlpotenz, so läßt sie sich auch zeigen, allerdings mit erheblichem Aufwand und tiefen Griffen in die Trickkiste der algebraischen Topologie (siehe [Sa97] und [Lon98]). Der Beweis kann als exemplarisch für den Einsatz topologischer Methoden angesehen werden, und sei im folgenden kurz skizziert.

(i) Durch Einführung geeigneter Konfigurationsräume konstruiere aus f eine neue Abbildung s, die bzgl. einer geeigneten Gruppenwirkung äquivariant ist. Ferner zeige, daß f die gewünschte Eigenschaft hat, genau dann, wenn s eine Nullstelle hat.

(ii) Interpretiere s als Schnitt in einem geeigneten Vektorraumbündel.

(iii) Zeige mit Hilfe von Hindernistheorie und der Theorie der charakteristischen Klassen, daß keine nicht verschwindenden Schnitte in dem Vektorraumbündel existieren.

Die Kneservermutung

Die Kneservermutung geht auf eine Aufgabe zurück, die Martin Kneser 1955 im Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung stellte. Für zwei natürliche Zahlen n und k betrachte eine $(2n + k)$-elementige Menge S. Die Ecken des Knesergraphen $KG_{n,k}$ seien die n-Teilmengen von S. Zwei Ecken v und w sind durch eine Kante verbunden, falls $v \cap w = \emptyset$ gilt. Es ist leicht eine Färbung dieses Graphen $KG_{n,k}$ mit $k + 2$ Farben anzugeben. Weniger leicht hingegen ist es, zu zeigen, daß der Graph nicht mit weniger Farben gefärbt werden kann. Dies gelang erstmals Lovász und Bárány 1977 (siehe

[Lov78] und [Ba78]). Ein weiterer Beweis stammt von Schrijver [Sch78]. Alle drei Beweise machen an entscheidender Stelle Gebrauch vom Borsuk-Ulam Theorem. Im Zusammenhang mit diesen Beweisen gibt es interessante Fragen, die im folgenden kurz genannt werden soll.
Lovász Beweis läßt sich wie folgt skizzieren:

(i) Konstruiere zu einem beliebigen Graphen G einen Simplizialkomplex $\mathcal{N}(G)$, den Nachbarschaftskomplex von G.

(ii) Zeige folgendes Theorem: Ist $\mathcal{N}(G)$ $(k-1)$-zusammenhängend, so ist G nicht $(k+1)$-färbbar.

(iii) Zeige, daß $\mathcal{N}(KG_{n,k})$ $(k-1)$-zusammenhängend ist.

Ein unmittelbare Frage ist, inwieweit die Voraussetzungen abgeschwächt werden können, so daß die Implikation in (ii) noch gilt.
Schrijver konstruiert in seiner Arbeit kritische Untergraphen der Knesergraphen. Von diesen läßt sich wieder der Nachbarschaftskomplex bestimmen, in denen sich in einigen Fällen die Ränder von Faserpolytopen – hier Assoziaedern – auffinden lassen, die im Zusammenhang mit Triangulierungen von n-Ecken stehen (siehe [Zi95]). Es ist durchaus zu vermuten, daß in der Struktur dieser Nachbarschaftskomplexe weitere interessante Polytope zu finden sind.

Aktivitäten

- Besuch der Vorlesungen und Kolloquien des Graduiertenkollegs
- Besuch der Vorlesung "Diskrete Geometrie: Unimodulare Triangulierungen", G. M. Ziegler
- Besuch des Oberseminars "Kombinatorische Geometrie", G. M Ziegler; Vortrag zum Thema "Das topologische Tverberg Theorem", schriftliche Ausarbeitung siehe unter *http://www.math.tu-berlin.de/~longue*
- Teilnahme am Forschungskolloquium "Topologische Kombinatorik" in Dahme, 8.9. - 12.9.1997, Vortrag "Gruppenoperationen auf Simplizialkomplexen und Smith Theorie"
- Teilnahme am DMV-Seminar "Polytopes and Optimization" in Oberwolfach, 16.11. - 22.11.1997

- Teilnahme am Geometrietag in Magdeburg, 6.2.1998

Literatur

[Ba78] I. Bárány: *A short proof of Kneser's conjecture*, J. Combinatorial Theory Ser. A **25** (1978), 325-326

[BSS81] I. Bárány, S. B. Shlosman and A. Szücs, *On a topological generalization of a theorem of Tverberg*, Jour. Lond. Math. Soc. (2), 23 (1981), 158-164

[Lov78] L. Lovász: *Kneser's conjecture, chromatic number and homotopy*, J. Combinatorial Theory Ser. A **25** (1978), 319-324

[Lon98] M. de Longueville, *The topological Tverberg theorem for prime powers*, Seminarausarbeitung, 20 Seiten, erhältlich unter *http://www.math.tu-berlin.de/~longue*

[KST84] J. Kahn, M. Saks & D. Sturtevant: *A topological approach to evasiveness*, Combinatorica **4** (1984), 297-306

[Sa97] K. S. Sarkaria, *Tverberg partitions and Borsuk-Ulam theorems*, Preprint (1997), 14 Seiten

[Sch78] A. Schrijver: *Vertex critical subgraphs of Kneser graphs*, Nieuw Arch. Wiskd., III. Ser. **26** (1978), 454-461

[Tv66] H. Tverberg, *A generalizition of Radon's theorem*, Jour. Lond. Math. Soc. 41 (1966), 123-128

[Zi95] Günter M. Ziegler: *Lectures on Polytopes*, Graduate Texts in Mathematics, Vol.152, Springer-Verlag, 1995

Frank Hagen Lutz

Betreuer:	Prof. Dr. Günter M. Ziegler
Arbeitsbereich:	Kombinatorische Geometrie
Thema:	Kombinatorische Anwendungen von Gruppenwirkungen auf endlichen Simplizialkomplexen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1996

Darstellung des Arbeitsgebietes

Gruppenwirkungen auf endlichen Simplizialkomplexen treten bei einer Reihe von Fragestellungen der diskreten Mathematik auf natürliche Weise in Erscheinung. Das Studium dieser Gruppenwirkungen und der zugehörigen topologischen Räume kann in vielen Fällen zur Klärung des ursprünglich graphentheoretischen oder kombinatorischen Problems beitragen. Andererseits ist gerade kombinatorische Struktur von zentraler Bedeutung für das Verständnis einer Vielzahl von Objekten in der Kombinatorischen Geometrie. Beiden Aspekten soll in den folgenden Projekten Rechnung getragen werden.

Evasiveness

Sei E eine endliche Menge mit $|E| = m$ und $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem. Für eine Teilmenge $A \subseteq E$ soll entschieden werden, ob A in $\mathcal{F}$ liegt oder nicht, indem Fragen "Ist $e \in A$?" gestellt werden, die ein "Orakel" mit "Ja" oder "Nein" beantwortet. Unter der Komplexität $c(\mathcal{F})$ von $\mathcal{F}$ versteht man dann die Anzahl von Fragen, die für unbekanntes A bei optimaler Fragestrategie im ungünstigsten Fall gestellt werden müssen. Es gilt $0 \leq c(\mathcal{F}) \leq m$, und $\mathcal{F}$ heißt *trivial*, falls $c(\mathcal{F}) = 0$, und *evasive*, falls $c(\mathcal{F}) = m$.

Seien nun $G = (V, A)$ Graphen zu einer gegebenen Eckenmenge $V = [n]$ und sei E die Menge "aller möglichen Kanten" auf der Eckenmenge $[n]$. Für eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ ist damit die Menge aller Graphen $G = ([n], A)$ mit dieser Eigenschaft gegeben durch das Mengensystem

$$\mathcal{F}(\mathcal{P}) := \{A \subseteq E \,:\, ([n], A) \text{ hat die Eigenschaft } \mathcal{P}\} \subseteq 2^E.$$

Eine Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$ heißt *evasive*, falls das assoziierte Mengensystem $\mathcal{F}(\mathcal{P})$ evasive ist, ansonsten *non-evasive*.

Für eine große Klasse von Grapheneigenschaften stellte Richard Karp in den frühen siebziger Jahren die folgende Vermutung auf:

Evasiveness Conjecture *Jede nichttriviale monotone Grapheneigenschaft ist evasive.*

Diese i. allg. immer noch offene Vermutung findet eine natürliche topologische Verallgemeinerung (*Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe*): "Jeder Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung ist evasive oder ein Simplex."

Eine weitere Verallgemeinerung auf Mengensysteme führt zur

Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture ([RV]) *Sei $\mathcal{F} \subseteq 2^E$ ein Mengensystem mit induzierter Symmetriegruppe $G \subseteq \mathcal{S}_E$ und E endlich. Ist $\emptyset \in \mathcal{F}$, aber $E \notin \mathcal{F}$, dann ist $\mathcal{F}$ evasive.*

Im Falle der letzten beiden Vermutungen konnten Rivest und Vuillemin deren Gültigkeit jeweils für Eckenmengen mit Primzahlpotenzkardinalität zeigen [RV]. Hingegen fand Illies [Ill] ein (das bislang einzige bekannte) Gegenbeispiel zur Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture für $m = 12$. Unter Verwendung eines Fixpunktsatzes von Oliver [Ol], der im Zusammenhang mit dem Lefschetz-Hopfschen Fixpunktsatz steht, bewiesen Kahn, Saks und Sturtevant 1984 die Evasiveness Conjecture für Graphen zu Eckenmengen mit wiederum Primzahlpotenzkardinalität [KSS].

Ergebnisse

In Verallgemeinerung des Gegenbeispiels von Illies, konstruieren wir in [Lu1] zu $|E| = u(u+1)$, $u \geq 3$ ungerade, eine *unendliche* Klasse von Gegenbeispielen zur Generalized Aanderaa-Rosenberg Conjecture.

Weiterhin zeigen wir in [Lu1] die Gültigkeit der Evasiveness Conjecture für Simplizialkomplexe in den Dimensionen 2 und 3; bzw. in einer schärferen Form: es existiert kein 2- oder 3-dimensionaler $\mathbb{Z}$-azyklischer Simplizialkomplex mit eckentransitiver Gruppenwirkung, der kein Simplex ist.

In [Lu2] konstruieren wir dann mittels einer geeigneten Charakterisierung eckentransitiver Simplizialkomplexe sieben Beispiele $\mathbb{Z}$-azyklischer Simplizialkomplexe mit eckentransitiver A_5-Wirkung in höheren Dimensionen. Der kleinste dieser Komplexe ist 5-dimensional auf 30 Ecken und hat 932 Simplexe.

Zudem findet sich unter den Komplexen das einzige derartige zuvor bekannte Beispiel in Dimension 11 auf 60 Ecken mit 26984 Simplexen, das von Oliver ursprünglich auf algebraische Weise beschrieben worden ist. Allen sieben Beispielen ist gemein, daß sie in enger Beziehung zur Poincaréschen Homologie-3-Sphäre stehen bzw. zu einem zugehörigen $\mathbb{Z}$-azyklischen Zellen-Komplex.

Triangulierungen von Mannigfaltigkeiten auf wenigen Ecken

Ein Satz von Brehm und Kühnel [BrKü1] gibt eine Abschätzung, nach der jede kombinatorische d-Mannigfaltigkeit M auf $n < 3\lceil\frac{d}{2}\rceil + 3$ Ecken PL-homöomorph zu einer Sphäre ist, $|M| \approx S^d$. Gilt Gleichheit $n = 3\frac{d}{2} + 3$, dann ist entweder $|M| \approx S^d$ oder $|M|$ ist eine "Mannigfaltigkeit entsprechend einer projektiven Ebene". Der letztere Fall kann nur für $d = 2, 4, 8, 16$ auftreten, wobei M für $d = 2$ kombinatorisch isomorph zur eindeutigen 6-Ecken-Triangulierung der reellen projektiven Ebene $\mathbb{R}\mathbf{P}^2_6$ und für $d = 4$ kombinatorisch isomorph zur eindeutigen 9-Ecken-Triangulierung der komplexen projektiven Ebene $\mathbb{C}\mathbf{P}^2_9$ ist [KüBan]. Für $d = 8$ sind drei kombinatorisch verschiedene Triangulierungen von "Mannigfaltigkeiten vom Aussehen einer quaternionischen projektiven Ebene" auf 15 Ecken bekannt [BrKü2].

Abgesehen vom weiteren Fall $d = 3$, in dem mit der 3-dimensionalen Kleinschen Flasche eine von einer Sphäre verschiedene kombinatorische Mannigfaltigkeit auf $n = 3\lceil\frac{d}{2}\rceil + 3$ Ecken konstruiert werden konnte ([AlSt], [KüLa]), ist es im allgemeinen offen, ob die untere Schranke von Brehm und Kühnel scharf ist. Insbesondere ist offen, ob für $d = 16$ auf 27 Ecken eine Mannigfaltigkeit vom Typ einer Cayley-Ebene $\mathbb{O}\mathbf{P}^2$ existiert.

Von den bislang gefundenen kombinatorischen Mannigfaltigkeiten auf wenigen Ecken tragen die meisten eine eckentransitive Gruppenwirkung, und es ist daher vielversprechend, nach neuen Beispielen mit hoher Symmetrie zu suchen. Auf $n \leq 22$ Ecken ist eine vollständige Klassifikation aller transitiven Permutationsgruppen bekannt. Im Computer-Algebra-System GAP [Sch] kann auf eine Bibliothek dieser Gruppen zugegriffen werden.

Ergebnisse

Mittels einer in Zusammenarbeit mit Ekkehard Köhler [KöLu] entstandenen Weiterentwicklung eines Algorithmus von Kühnel und Lassmann

[KüLa] lassen sich prinzipiell alle “möglichen” Kandidaten für Mannigfaltigkeiten mit eckentransitiver Symmetriegruppe auf “kleinen” Eckenzahlen generieren. Mehrere Test stellen sicher, daß mit einem Kandidaten auch tatsächlich eine Mannigfaltigkeit gefunden wurde.

Für $n \leq 11$ (in Dimension 2 und 3 bis $n = 15$) konnte die Klassifikation aller kombinatorisch verschiedenen Triangulierungen von Mannigfaltigkeiten mit eckentransitiver Symmetriegruppe bereits durchgeführt werden.

Neben einer Vielzahl an neuen Triangulierungen bekannter Mannigfaltigkeiten konnte zudem eine gänzlich neue und interessante 5-dimensionale 3-nachbarschaftliche kombinatorische Mannigfaltigkeit auf 13 Ecken gefunden werden.

Zentralsymmetrische Sphären

Das Upper-Bound-Problem für eine Klasse von Objekten wie beispielsweise Polytope oder simpliziale Sphären stellt die Frage nach der maximalen Anzahl an k-dimensionalen Seiten, die ein beliebiger Vertreter der Klasse in einer vorgegebenen Dimension für eine bestimmte Eckenzahl annehmen kann.

Für d-Polytope auf n Ecken besagt das Upper-Bound-Theorem von McMullen [Mul], daß jedes solche Polytop höchstens so viele k-dimensionale Seiten besitzt wie das zugehörige zyklische Polytop. Von Stanley konnte dieses Resultat auf simpliziale Sphären verallgemeinert werden [St].

Schränkt man die Klasse der simplizialen Sphären auf zentralsymmetrische d-Sphären auf $2n$ Ecken ein, so zeigt ein Argument von Stanley, daß für diese Sphären die Anzahl der k-dimensionalen Seiten von oben durch die Anzahl von k-Seiten von beinahe nachbarschaftlichen zentralsymmetrischen Sphären beschränkt ist, *falls* solche Sphären existieren.

Im 3-dimensionalen Fall konnte Jockusch eine unendliche Familie derartiger Sphären konstruieren [Jo]. Mittels Einhängung konnte er hieraus zudem 4-dimensionale beinahe nachbarschaftliche zentralsymmetrische Sphären gewinnen.

Es soll nun untersucht werden, ob sich geeignete Konstruktionen auch für höherdimensionale Beispiele entwickeln lassen. Hierzu sollen Algorithmen für eine Suche nach 5-dimensionalen Kandidaten implementiert werden. Ließen sich derartige Beispiele generieren, so können aus diesen möglicherweise neue Klassen auf abstraktem Wege abgeleitet werden.

Aktivitäten

- Organisation und Teilnahme am Forschungskolloquium der Studienstiftung zum Thema *Topologische Kombinatorik*, Dahme, 8. - 12. September 1997; Vorträge: "Topologische Verallgemeinerungen der Evasiveness-Vermutung", "Konstruktionen zu eckentransitiven Simplizialkomplexen"
- Research Conference on Algebra and Discrete Mathematics: *Combinatorics – Algebraic, Geometric and Probabilistic Aspects*, San Feliu de Guixols, 27. September - 2. Oktober 1997; Posterbeitrag "Examples of $\mathbb{Z}$-acyclic and contractible vertex-homogeneous simplicial complexes related to the identified dodecahedron"
- Aufenthalt an der Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, im Rahmen des *Human Capital and Mobility Program "Algebraic Combinatorics"* der Europäischen Union, 10. - 28. November 1997; Vortrag im *Seminarium i diskret matematik*: "Topological Aspects of the Evasiveness Conjecture"
- Anhaltinischer Geometrietag, Magdeburg, 6. Februar 1998
- 20. Berliner Algorithmen-Tag (BAT), TU Berlin, 13. Februar 1998
- Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs
- Oberseminar "Kombinatorische Geometrie" bei G.M. Ziegler

Literatur

[AlSt] A. Altshuler, L. Steinberg. Neighborly combinatorial 3-manifolds with 9 vertices. *Discrete Math.* **8**, 113-137 (1974).

[BrKü1] U. Brehm, W. Kühnel. Combinatorial Manifolds with few vertices. *Topology* **26**, 465-473 (1987).

[BrKü2] U. Brehm, W. Kühnel. 15-vertex triangulation of an 8-manifold. *Math. Ann.* **294**, 167-193 (1992).

[Ill] N. Illies. A counterexample to the generalized Aanderaa-Rosenberg conjecture. *Inform. Processing Letters* **7**, 154-155 (1978).

[Jo] W. Jockusch. An infinite family of nearly neighborly centrally symmetric 3-spheres. *J. Combin. Theory, Ser. A* **72**, 318-321 (1995).

[KSS] J. Kahn, M. Saks, D. Sturtevant. A topological approach to evasiveness. *Combinatorica* **4**, 297-306 (1984).

[KöLu] E. Köhler, F.H. Lutz. Combinatorial manifolds with transitive automorphism group on few vertices. Preprint in Vorbereitung.

[KüBan] W. Kühnel, T.F. Banchoff. The 9-vertex complex projective plane. *Math. Int.* **5**, 11-22 (1983).

[KüLa] W. Kühnel, G. Lassmann. Neighborly combinatorial 3-manifolds with dihedral automorphism group. *Israel J. Math.* **52**, 147-166 (1985).

[Lu1] F.H. Lutz. Some Results Related to the Evasiveness Conjecture. Preprint in Vorbereitung.

[Lu2] F.H. Lutz. Some $\mathbb{Z}$-acyclic and contractible vertex-homogeneous simplicial complexes. Preprint in Vorbereitung.

[Mul] P. McMullen. The maximum number of faces of a convex polytope. *Mathematika* **17**, 179-184 (1970).

[Ol] R. Oliver. Fixed-point sets of group actions on finite acyclic complexes. *Comment. Math. Helvetici* **50**, 155-177 (1975).

[St] R.P. Stanley. The upper bound conjecture and Cohen-Macaulay rings. *Stud. Appl. Math.* **54**, 135-142 (1975).

[RV] R.L. Rivest, J. Vuillemin. On recognizing graph properties from adjacency matrices. *Theor. Comput. Sci.* **3**, 371-384 (1976).

[Sch] M. Schönert et.al. *GAP – Groups, Algorithms, and Programming.* Lehrstuhl D für Mathematik, Rheinisch Westfälische Technische Hochschule, Aachen, Germany, fifth edition, 1995.

Eva Nuria Müller

Betreuer:	Prof. Dr. Ralph-Hardo Schulz
Arbeitsbereich:	Codierungstheorie
Thema:	Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen
Stipendiatin	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1995

Darstellung des Promotionsthemas

In meinem Dissertationsvorhaben befasse ich mich mit der Kreuzkorrelation linearer Schieberegisterfolgen über Körpern ungerader Charakteristik. Für eine ausführliche Darstellung der wichtigsten Eigenschaften und Ergebnisse verweise ich auf [1], [2], [3] sowie die letzten Semesterhefte des Graduiertenkollegs.

Gegeben sei eine maximale lineare Schieberegisterfolge (a_n) der Periodenlänge $p^n - 1$ über $GF(p)$. Ist für ein d eine weitere Folge (b_n) durch $b_i = a_{d \cdot i}$ für alle i gegeben, so berechnet sich die Kreuzkorrelation $C_d(t)$ dieser Folgen durch

$$C_d(t) = -1 + \sum_{x \in GF(p^n)} \zeta^{Tr(\gamma x - x^d)},$$

wobei ζ eine primitive komplexe p-te Einheitswurzel, Tr die Spur–Abbildung von $GF(p^n)$ nach $GF(p)$ und $\gamma = \alpha^{-t}$ für ein primitives Element α von $GF(p^n)^*$ ist.
Von besonderem Interesse sind Folgen, für die wenigstens einer der Parameter

- $\#C_d := \#\{C_d(t) \mid 0 \leq t \leq p^n - 2\}$
- $max(C_d) := max\left(\left\{\frac{|1+C_d(t)|}{\sqrt{p^n}} \mid 0 \leq t \leq p^n - 2\right\}\right)$

klein ist. Während anfänglich vor allem nach Folgen gesucht wurde, für die $\#C_d$ möglicht klein ist, hat in den letzten Jahren das Interesse an Folgen, für die $max(C_d)$ möglichst klein ist, zugenommen.

Ergebnisse

Neben dem im letzten Semesterbericht dargestellten Ergebnis konnte ich zeigen: Ist $p = 3$, n ungerade und $d = \frac{p^n+1}{4} + \frac{p^n-1}{2}$, so ist $max(C_d) = 2$.

Aktivitäten

- Besuch von Vorlesung und Kolloquium des Graduiertenkollegs,
- Vortrag im Kolloquium des Graduiertenkollegs,
- Teilnahme am Kolloquium über Kombinatorik in Braunschweig im November 1997 mit Vortrag.

Veröffentlichungen

- "On the Crosscorrelation of Sequences over $GF(p)$ with Shorter Periods": Preprint No. A 97-17, FU Berlin,
- "On the Crosscorrelation of Sequences over $GF(p)$ with Short Periods": eingereicht bei IEEE Transactions on Information Theory.

Ausblick

- Fertigstellen der Dissertationsschrift,
- Vorbereitung der Disputation,
- Teilnahme am ADiMMO-Worshop in Trier im April 1998 mit Vortrag.

Literatur

[1] S. W. Golomb: *Shift register sequences.* Laguna Hills 1982

[2] T. Helleseth: *Some results about the crosscorrelation between two maximal linear sequences.* Discrete Mathematics **16** (1976), p.209-232

[3] H. M. Trachtenberg: *On the cross-correlation functions of maximal linear recurring sequences.* Dissertation, Faculty of the Graduate School, University of Southern California, Los Angeles, California, 1970

Till Nierhoff

Betreuer:	Prof. Dr. H. J. Prömel
Arbeitsbereich:	Graphenalgorithmen
Thema:	Average Case Analyse der Qualität von Graphenalgorithmen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit April 1996

Arbeitsgebiet

Die im letzten Bericht angesprochene Veröffentlichung ist erschienen [2]. Aus ihr ergeben sich zwei Richtungen für weitere Arbeiten.

Zum einen ist da die Konzentration bzw. die Größe der r-Stabilitätszahl. In unserem Paper haben wir ja mit Hilfe der Markow-Ungleichung eine obere Schranke hergeleitet:

$$\alpha_r \leq 2 \cdot \frac{r \log np}{(np)^{r-1} b}$$

Diese Schranke verallgemeinert das Ergebnis für den Fall $r = 1$.

Im Fall $r = 1$ beruht die Eigenschaft einer Knotenteilmenge r-stabil zu sein nur darauf, welche der von ihr aufgespannten potentiellen Kanten vorhanden sind. Dagegen spielen im Fall $r = 2$ mehr und im Fall $r \geq 3$ alle Kanten eine Rolle. Dadurch ergeben sich Abhängigkeiten, die bei der Average Case Analyse zusätzliche methodische Schwierigkeiten verursachen. Für die genannte obere Schranke waren diese durch die Janson-Ungleichung überwindbar.

Für den Fall $r = 1$ sind nun noch wesentlich weitergehende Strukturaussagen über zufällige Graphen bekannt, von denen zwei, die wesentlich zusammenhängen, auch im Kontext der bisherigen Untersuchungen interessant wären zu verallgemeinern. Frieze zeigte 1990 wie groß die Stabilitätszahl eines dünnen (aber nicht zu dünnen) zufälligen Graphen ist [1]: Für $\epsilon > 0$ gilt unter der Bedingung, daß $np > C(\epsilon)$ und $p = o(1)$,

$$|\alpha(G_{np}) - 2/p \cdot (\log np - \log\log np - \log 2 + 1)| \leq \epsilon/p$$

Dabei war die obere Schranke schon etwas länger bekannt. Um die untere Schranke herzuleiten, zeigte er, daß ein Parameter, der geringfügig kleiner als die Stabilitätszahl ist, konzentriert ist. Damit reichte es, eine zwar exponentiell kleine, aber genügend große Wahrscheinlichkeit dafür herzuleiten, daß der Parameter der unteren Schranke genügt.

Bei der Verallgemeinerung der Konzentrationsaussage auf $r \geq 2$ treten aus dem gleichen Grund wie bei der oberen Schranke Schwierigkeiten auf: So sind die bekannten Methoden darauf angewiesen, daß der Prozeß zufälliger Graph in $O(n)$ Schritten mit beschränkten Ausschlägen filtriert werden kann (Azuma) beziehungsweise ein genügend kleines Zertifikat existiert (Talagrand). Wie auch schon bei der oberen Schranke liegen die Voraussetzungen nicht einfach vor, aber möglicherweise ist die Verletzung „nicht zu schlimm“.

Für die untere Schranke ist, zumindest wenn man den Weg in [1] verfolgt, die Konzentrationsaussage notwendig, aber auch noch etwas mehr. Dieses Mehr scheint aber durch eine ähnliche Strategie wie für die obere Schranke kontrollierbar zu werden.

Die andere Richtung zielt auf das Resultat der Veröffentlichung für das k-Zentrumsproblem ab. Nach dem damit unter Worst Case und Average Case Gesichtspunkten in gewisser Weise straffe Ergebnisse bekannt sind, sind auch Zwischenformen dieser Perspektiven interessant. Besonders naheliegend ist hier die Frage, inwieweit Randomisierung bei der Durchbrechung des Faktors 2 für die Gütegarantie helfen kann.

Allerdings zeigen schon im Fall $k = 1$ Sterne mit hoher Blattanzahl, daß für alle Graphen wohl kaum mit einem vernünftigen Ergebnis gerechnet werden kann. Möglicherweise hilft aber die Einschränkung auf eine Graphenklasse, die solche Graphen nicht enthält, um für diese etwas günstigere Aussagen zu gewinnen. Natürlich sollte diese Graphenklasse leicht erkennbar und möglichst umfangreich sein.

Aktivitäten

- International Workshop RANDOM ’97, Bologna, Italien.
  Mit Vortrag „Greedily Approximating the k-center and r-independent set problems on random instances“
- Random Structures & Algorithms ’97, Posen, Polen.
  Mit Vortrag „Greedily Approximating the k-center and r-independent set problems on random instances“
- Sommerschule über Randomized Algorithms, Antonin, Polen
- RAND2 Workshop, Leeds, England.
  Mit Vortrag „Greedily Approximating the k-center and r-independent

set problems on random instances“

- Betreuung von 4 Teilnehmern im Seminar über On-line Algorithmen
- Praktikum bei Kreditportfoliomanagement, Deutsche Bank AG

Literatur

[1] Alan M. Frieze. On the independence number of random graphs. *Discrete Mathematics*, 81:171–175, 1990.

[2] Bernd Kreuter and Till Nierhoff. Greedily approximating the r-independent set and k-center problems on random instances. In *Randomization and Approximation Techniques in Computer Science*, volume 1269 of *LNCS*, pages 43–53, 1997.

Deryk Osthus

Betreuer:	Prof. Dr. Hans Jürgen Prömel
Arbeitsbereich:	Zufällige Diskrete Strukturen
Thema:	Schwellenwertfunktionen
Stipendiat	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1997

Arbeitsgebiet

Schon seit Ende der fünfziger Jahre hat man Eigenschaften von zufälligen Graphen untersucht. Ein zufälliger Graph $G_{n,p}$ auf n Ecken entsteht dadurch, daß man zwischen jedem Eckenpaar mit Wahrscheinlichkeit p eine Kante einfügt. Üblicherweise ist p dabei eine Funktion von n. Man möchte nun wissen, welche Eigenschaften $G_{n,p}$ hat. Von „monotonen“ Eigenschaften (z.B. Zusammenhang) weiß man, daß sie eine sogenannte Schwellenwertfunktion $t(n)$ besitzen: Gilt $p(n)/t(n) \to 0$, hat $G_{n,p}$ die Eigenschaft (für großes n) mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht, gilt dagegen $p(n)/t(n) \to \infty$, hat $G_{n,p}$ die Eigenschaft fast sicher. Mittlerweile weiß man recht genau über die Schwellenwerte vieler Eigenschaften bescheid, eine Übersicht über diesen „Evolutionsprozeß“ gibt [3].

Wesentlich weniger weiß man über andere Strukturen: So kann man Untermengen der Potenzmenge $\mathcal{P}(n)$ untersuchen ($\mathcal{P}(n)$ ist definiert als die Menge aller Teilmengen der Zahlen $\{1, \ldots, n\}$). Ordnet man diese Teilmengen durch Inklusion, erhält man einen Booleschen Verband. Ähnlich wie im Fall von zufälligen Graphen, erhält man nun eine zufällige Untermenge $P(n,p) \subseteq \mathcal{P}(n)$, indem man jedes Element $x \in \mathcal{P}(n)$ mit Wahrscheinlichkeit p in $P(n,p)$ einfügt. Wie sieht nun ein solches $P(n,p)$ typischerweise aus?
Zusammen mit J. Kohayakawa und B. Kreuter habe ich dabei vor allem die „Höhe" und „Breite" von $P(n,p)$ untersucht:
Sei $l(P(n,p))$ die Kardinalität der größten Teilmenge $C \subseteq P(n,p)$, deren Elemente alle paarweise vergleichbar sind (C ist dann eine *Kette* der Länge l). Wir haben u.a. einen Schwellenwert für die Eigenschaft ermittelt, daß $\lim_{n\to\infty} l(P(n,p))/l(\mathcal{P}(n)) \to 1$. Unterhalb dieser Schwelle (die bei $p = e/n$ liegt), hat $P(n,p)$ für große n fast sicher eine kleinere Höhe als $\mathcal{P}(n)$, oberhalb gilt $|l(\mathcal{P}(n)) - l(P(n,p)| \leq 4$. Derzeit versuchen wir, $l(P(n,p))$ auch für $p << e/n$ genauer zu bestimmen.
Ein Maß für die „Breite" von $P(n,p)$ ist gegeben durch $\alpha(P(n,p))$, die Kardinalität der größten unabhängigen Menge in $P(n,p)$. Auch hier ist noch wenig bekannt, bis auf den Fall, wenn p sehr klein ist [4].
Im deterministischen Fall gibt es dazu das folgende klassische Lemma von Sperner:
Lemma: *Die größte unabhängige Menge in $\mathcal{P}(n)$ ist gegeben durch $\mathcal{P}_{\lfloor n/2 \rfloor}(n)$, die Menge aller $\lfloor n/2 \rfloor$-elementigen Teilmengen von $\{1, \ldots, n\}$. Somit ist $\alpha(\mathcal{P}(n)) = |\mathcal{P}_{\lfloor n/2 \rfloor}(n)|$.*
Offen ist nun zum Beispiel, für welche p nun $P(n,p)$ eine ähnliche Eigenschaft hat, wann also fast sicher $\lim_{n\to\infty} \alpha(P(n,p))/|P_{\lfloor n/2 \rfloor}(n,p)| = 1$ gilt.
(Der ursprüngliche Anstoß zur Untersuchung des obigen Wahrscheinlichkeitsraums war übrigens die Beobachtung (siehe auch [2]), daß es einen sehr natürlichen Isomorphismus zwischen der Menge aller Booleschen Funktionen auf n Variablen und den Untermengen von $\mathcal{P}(n)$ gibt. Aussagen über die Struktur und Komplexität von $P(n,p)$ geben also Aufschlüsse über zufällige Boolesche Funktionen.)

Daneben habe ich mich mit sogenannten „Graph spanners" beschäftigt. Diese haben sich als nützlich beim Entwurf von einigen Graphenalgorithmen erwiesen [1]. Offen ist derzeit, ob man die bisher entwickelten Methoden noch auf weitere Probleme anwenden kann.

Aktivitäten

- Aufenthalt in Oxford (6.-9.12.1997) im Rahmen des DAAD-Projekts „Graphen, Zufall und Algorithmen“.
- Teilnahme am Berlin - Poznan Seminar (11.-13.12.1997 in Bedlewo).
- Teilnahme am Forschungsseminar „Algorithmen und Komplexität“ an der HU.
- Betreuung eines Lesekurses über zufällige Graphen und extremale Graphentheorie.
- Teilnahme an der Vorlesung und dem Kolloqium des Graduiertenkollegs.

Ausblick

- ADiMMO-Workshop am 6. und 7.4.1998 in Trier
- Symposium „Diskrete Mathematik 98“, 24.-25.4.1998 in Berlin
- Sommerschule „Diskrete Mathematik“, 26.-30.4.1998 in Chorin

Literatur

[1] S. Arora, M. Grigni, D. Karger, P. Klein and A. Woloszyn. A polynomial-time approximation scheme for weighted planar graph TSP. *Preprint, Princeton University*, 1997.

[2] B. Bollobás, Y. Kohayakawa and T. Luczak. On the evolution of random Boolean functions. *Extremal Problems for finite sets, Visegrád*, 1991, pp. 137-156.

[3] M. Karoński. Random Graphs. *Handbook of Combinatorics, Eds. R. Graham, M. Grötschel and L. Lovász, Elsevier Science B.V.*, 1995, pp. 351-380.

[4] B. Kreuter. Small sublattices in random subsets of Boolean lattices. *Preprint, Humboldt-Universität zu Berlin*, 1997.

Dr. Torsten Thiele

Betreuer:	Prof. Dr. Helmut Alt
Arbeitsbereich:	Diskrete Geometrie, Graphzeichnen
Postdoktorand	im Graduiertenkolleg seit Oktober 1997

Arbeitsgebiete und Ergebnisse

Nach meinem fünfmonatigen Aufenhalt am Courant Institut in New York habe ich mich mit folgenden Themen beschäftigt.

Graphzeichnen

Das Zeichnen abstrakt gegebener Graphen ist ein für die Praxis wichtiges Grundproblem. Aus dem Satz von Steinitz folgt, daß sich jeder planare Graph durch gerade Liniensegmente kreuzungsfrei in die Ebene zeichnen läßt. Schnelle Algorithmen zur Konstruktion solcher Zeichnungen auf kleinen Gittern sind bekannt.

Weniger wurden Zeichnungen von Graphen im Raum betrachtet, die in letzter Zeit bei der Visualisierung von Daten an Interesse gewinnen [6]. In [3] wurde gezeigt, daß sich jeder Graph mit n Ecken kreuzungsfrei in das $\mathbb{Z}^3$-Gitter zeichnen läßt, so daß die Kanten durch Liniensegmente zwischen den Ecken realisiert werden und der kleinste umschließende achsenparallele Quader Volumen $\mathcal{O}(n^3)$ hat. Diese Schranke ist scharf.

Gemeinsam mit G. Tóth uns J. Pach habe ich gezeigt, daß sich n-eckige Graphen konstanter chromatischer Zahl mit Volumen $\mathcal{O}(n^2)$ ins $\mathbb{Z}^3$-Gitter zeichnen lassen [7]. Bereits der bipartite Fall zeigt, daß diese Schranke scharf ist. Offen ist bisher, ob es bei konstanter chromatischer Zahl stets Realisierungen gibt, deren kleinster umschließender Würfel Seitenlängen $o(n)$ hat.

Realisierung von Polytopen

Der Satz von Steinitz besagt, daß planare 3-zusammenhängende Graphen und Kantengraphen von Polytopen im $\mathbb{R}^3$ das gleiche sind. Dies wirft folgende Frage auf. Gegeben ein planarer 3-zsh. Graph (bzw. ein Polytop). Finde eine Realisierung als Polytop mit möglichst kleinen Koordinaten. Es ist ein offenes Problem, ob dies stets mit Koordinaten polynomieller Größe geht. Bisher sind nur exponentielle Konstruktionen bekannt [8]. Andererseits gibt es elegante

Verfahren [9], um planare 3-zsh. Graphen so in die Ebene zu zeichnen, daß alle Länder konvex sind und die Koordinaten lineare Größe haben. Ich habe mich damit beschäftigt, inwieweit sich die Ideen aus [9] verwenden lassen, um polynomielle Realisierungen von Polytopen zu konstruieren. Daneben habe ich mit einer dreidimensionalen Version der "Gummiband-Methode" von Tutte [10] befaßt.

k-Mengen

Eine k-elementige Teilmenge einer ebenen Punktemenge heißt k-Menge, wenn sie sich durch eine Gerade abtrennen läßt. T. Dey [4] zeigte, daß eine n-elementige Menge höchstens $\mathcal{O}(n^{4/3})$ k-Mengen besitzt. Dies war die erste wesentliche Verbesserung der Schranke $\mathcal{O}(n^{3/2})$ seit fast 30 Jahren [5]. Deys zentrale Idee ist die Herstellung eines Zusammenhangs zwischen Kreuzungen des k-set Graphen und $(< k)$-Kanten. Mit Hilfe des Crossing Lemmas in [2] folgt daraus die neue Schranke. In [1] wird dieser Zusammenhang zu einer Identität verschärft. Ich habe mich mit einem alternativen Beweis für diese Identität beschäftigt, der eine Bijektion zwischen Kreuzungen und $(< k)$-Kanten konstruiert. Ein Ansatz um die neue Schranke von Dey zu verbessern liegt in der Frage, ob das Crossing Lemma für k-set Graphen scharf ist.

Aktivitäten

- Teilnahme und Vortrag auf der Konferenz "Graph Drawing '97" in Rom.
- Vortrag an der ETH Zürich.
- Teilnahme und Vorträge im Mittagseminar der Theoretischen Informatik der FU.
- Teilnahme und Vortrag im Seminar "Topics in discrete mathematics" an der FU.
- Teilnahme und Vortrag im Kolloquium und der Vorlesung des Graduiertenkollegs.

Literatur

[1] A. Andrzejak, B. Aronov, S. Har-Peled, R. Seidel and E. Welzl, Results on k-sets and j-facets via continuous motions, *Manuscript* (1997).

[2] M. Ajtai, V. Chvátal, M. M. Newborn and E. Szemerédi, Crossing-free subgraphs, *Ann. Discrete Math.* **12** (1982).

[3] R. F. Cohen, P. Eades, T. Lin and F. Ruskey, Three-dimensional graph drawing, in: *GD'94, Lecture Notes in Computer Science* **1190** (1995).

[4] T. Dey, Improved bounds for planar k-sets and related problems, in: *Proc. 38th FOCS* (1997).

[5] P. Erdős, L. Lovász, A. Simmons and E. G. Straus, Disection graphs of planar points sets, in: *A Survey of Combinatorial Theory* (1973).

[6] J. Mackinley, G. Robertson and S. Card, Cone trees: Animated 3d visualizations of hirarchical information, in: *Proc. SIGCHI* (1991).

[7] J. Pach, T. Thiele, G. Tóth, Three-dimensional grid drawings of graphs, in: *GD '97, Lecture Notes in Computer Science, ed. G. DiBattista* **1353** (1998), p. 47-51.

[8] J. Richter-Gebert, Realization spaces of polytopes, *Springer-Verlag.*

[9] W. Schnyder and W. T. Trotter, Convex embeddings of 3-connected plane graphs, *Manuscript* (1992).

[10] W. T. Tutte, How to draw a graph, *Proc. of the London Mathematical Society* **3** (1963).