TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr.Dirk Ferus, Dr. Friederike Körner

SommerSemester 2000

HÖHERE MATHEMATIK II für E-TECHNIKER

12. Übungsblatt

Aufgabe 1 **Ü** Man berechne $\iint\limits_B x^2 y \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, wobei B die obere Hälfte des Kreises mit Radius 2 um den Punkt $(0,0)$ ist.

Aufgabe 2 **Ü** Man berechne den Flächeninhalt der Astroide

$$x = \cos^3 t \quad y = \sin^3 t \quad \text{mit } 0 \le t \le 2\pi$$

Aufgabe 3 **Ü** Aus der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 \le 4a$ wird das zylindrische Loch $x^2 + y^2 \le 2ax$ gebohrt. Wie groß ist das Restvolumen?

Aufgabe 4 Man berechne die Integrale!

T i) $\displaystyle\iint\limits_B \sin(x+y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ mit $B = [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$

H ii) $\displaystyle\iiint\limits_B \frac{2z}{(x+y)^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$ mit $B = [1,2] \times [2,3] \times [0,2]$ 2 Punkte

Aufgabe 5 **T** Man berechne $\iint\limits_B xy^2 \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$, wobei B das Dreieck mit den Eckpunkten $(0,0)$,$(1,0)$ und $(1/2, 1/2)$ ist.

Aufgabe 6 **T** Die Ellipse

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le 1\} \quad \text{mit } a, b > 0$$

hat die Fläche πab. (Tipp: Man benutze die Koordinatentransformation $x = ar\cos\phi$, $y = br\sin\phi$)

Aufgabe 7

H a) Man berechne den Flächeninhalt des Bereichs, der von der Kardioide

$$r = a(1 + \cos\phi) \qquad 0 \le \phi \le 2\pi$$

eingeschlossen wird. 3 Punkte

H b) Die beiden unendlichen Zylinder

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1\} \quad \text{und} \quad \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 = 1\}$$

schneiden sich in einem endlichen Körper. Man berechne das Volumen des Schnittkörpers! 3 Punkte

Abgabe am Freitag, dem **7. 7. 00** in der Vorlesung.