Sommersemester 2002
Prof. Rolf-Dieter Grigorieff
Thomas Slawig

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

3. Übungsblatt – Numerische Mathematik I für Ing.

Die Tutorien in der Woche vom 29.4.-3.5. finden im MA750 statt!

- Aufgaben für die Tutorien in der Woche vom 29.4.-3.5.:

  1. Bisher haben wir nur Einschrittverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen *erster Ordnung* kennengelernt. Was machen wir mit einer DGL (oder einem AWP) höherer Ordnung, z.B.
  $$s^2 y(s) + s y'(s) + y''(s) = \sin(s)?$$
  2. Der globale Fehler bei der Näherungslösung einer DGL wird wesentlich durch die Lipschitz-Konstante der rechten Seite der DGL bestimmt. Bestimme sie bei der DGL
  $$4 s y(s) + y'(s) = \sin(s)$$
  im Intervall $[0, 1]$!
  3. Wie ändert sich die Funktion `euler1d.m` vom letzten Übungsblatt, wenn wir ein System von DGLen erster Ordnung damit lösen wollen?
  4. Zeige, dass das Verfahren der 1.Übungsaufgabe des 2. Übungsblattes die Konsistenzordnung $p = 2$ hat.

- Übungsaufgaben: (Abgabe im Tutorium in der Woche vom 6.-10.5.02)

  1. (4 P.)
  Transformiere das AWP
  $$y'''(x) + y''(x) + y'(x)x + x^2 y(x) = 0, x > 0, \quad y''(0) = 0, y'(0) = 1, y(0) = 0$$
  auf ein AWP für ein System erster Ordung.
  2. (4 P.)
  Der globale Fehler bei der Näherungslösung einer DGL wird wesentlich durch die Lipschitz-Konstante der rechten Seite der DGL bestimmt. Gib eine Abschätzung für die Lipschitzkonstante der DGL
  $$y' = -2x^2 y$$
  im Intervall $[0, 2]$ an!
  3. (5 P.) Berechne *alle* Lösungen des AWPs
  $$\dot{x}(t) = 2\sqrt{x(t)}, \ t > 0, \quad x(0) = 0.$$
  (Es gibt mehrere!!!) Welche Näherungslösung ergibt sich bei Anwendung des Eulerverfahrens?
  4. (Programmieraufgabe - Vorführen in der Woche vom 6.-10.5.02)
     (a) Schreibe die Funktion aus der Programmieraufgabe des 2. Übungsblattes so um, dass sie sich auf Systeme von DGLen anwenden lässt.
     (b) Wende sie auf das System
     $$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned}$$
     für $t \geq 0$ an, und zwar mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 18.7, y(0) = 29.9, z(0) = 102.5$ und $\sigma = 10, r = 100.5, b = 8/3, t \in [0, 1.1]$.
     (c) Plotte das Ergebnis als Kurve $(x(t), y(t), z(t))$ im Raum (in matlab mit `plot3(x,y,z)`).
     (d) Wähle die Schrittweite h so, dass sich eine *glatte und geschlossene* Kurve ergibt. Wieviel Schritte braucht man?
     (e) Benutze nun die eingebaute Matlab-Funktion
     $$[\texttt{t}, \texttt{u}] = \texttt{ode23}(\texttt{func}, [\texttt{t0}, \texttt{t1}], \texttt{u0}).$$
     Wieviel Schritte benötigt sie?
  5. (6 P.)
  Was ist der Sinn der Schrittweitensteuerung bei der numerischen Lösung von gewöhnlichen DGL?