

Klassifikation - Transformation auf Normalform

Partielle Differentialgleichungen - 4. Übung

1. (Vorrechenaufgabe) Klassifizieren Sie folgende PDGL 2. Ordnung:

a) $yu_{xx} + xu_{yy} = 0$,

b) $xu_{xx} + 2xyu_{xy} - y^2u_{yy} = 0$,

c) $au_{xx} + 4au_{xy} + au_{yy} + bu_x + cu_y + u = 0$.

2. (Vorrechenaufgabe) Bestimmen Sie Typ und Normalform der DGL:

a) $f_{xx} - 2f_{xy} + f_{yy} + 9f_x + 9f_y - 9f = 0$

b) $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} + u_x + u_y = 0$

Benutzen Sie dazu folgende Eigenschaft: Besitzt der Hauptteil die symm. Matrix A und gilt $A = B^TDB$, so transformiert $y = Cx$ mit $C^{-1} = B^T$ die partielle Differentialgleichung in Normalform.

3. (Vorrechenaufgabe) Am Ende des 2. Kapitels der Vorlesung wurde behauptet, dass für parabolische Gleichungen zweier Veränderlicher der Koeffizient \tilde{a}_{12} auch 0 wird. Warum ist das so ?

4. In welchem Gebiet ist die PDGL $f_{xx} + xyf_{yy} = 0$ hyperbolisch ? Transformieren Sie diese Gleichung in diesem Gebiet mit Hilfe der Charakteristikenmethode auf Normalform !