Reinhard Nabben,
Sommersemester 2005

Einführung in die Numerische Mathematik

9. Übung

Aufgabe 1: Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 25 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie per Hand die LR-Zerlegung von A mit Teilpivotisierung.

b) Bestimmen Sie per Hand die LR-Zerlegung von A ohne die Verwendung von Permutationen.

c) Bestimmen Sie ebenfalls per Hand die Lösung des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit Hilfe der in a) oder b) bestimmten LR-Zerlegung.

(6 Punkte)

Aufgabe 2P: Erstellen Sie ein Programm zur Lösung eines linearen Gleichungssystems mittels LR-Zerlegung mit Teilpivotisierung. Lösen Sie damit das Gleichungssystem aus Aufgabe 1.

Aufgabe 3: Die Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ lasse sich zerlegen in

$$A = LR = \widehat{L}\widehat{R},$$

wobei L bzw. $\widehat{L}$ zwei nichtsinguläre untere Dreiecksmatrizen mit Einsen auf der Diagonalen und R bzw. $\widehat{R}$ zwei nichtsinguläre obere Dreiecksmatrizen sind. Zeigen Sie, dass $L = \widehat{L}$ und $R = \widehat{R}$ gilt.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass, wenn L nur Einsen auf der Diagonalen hat, auch L^{-1} nur Einsen auf der Diagonalen hat.

(8 Punkte)