

## 11. Übungsblatt Analysis I

**Hausaufgaben:** Abgabe spätestens am 03.7.07 um 10:15 in der großen Übung.

**Klausur:** Die Klausur findet am 18.7. um 12:00 im Hörsaal ER270 statt.

**Tutoriumsaufgaben:** [werden in den Tutorien vom 27.6.07 bis 29.6.07 besprochen]

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe (elementarer) Zurückführung auf Grundintegrale.

a)  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$    b)  $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x}\sqrt{x} dx$    c)  $\int (2^x + 3^x)^2 dx$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe geeigneter Substitutionen.

a)  $\int \frac{x}{1+x^2} dx$    b)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$    c)  $\int \cos^2 x \sin x dx$

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

a)  $\int x e^x dx$    b)  $\int \sin^2 x dx$    c)  $\int \arctan x dx$

4. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe der Partialbruchzerlegung.

a)  $\int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx$    b)  $\int \frac{x^2+x-1}{x^2+9} dx$

5. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

a)  $\int_{-1}^1 x|x| dx$    b)  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(\sin x) dx$    c)  $\int_0^n [x] dx, n \in \mathbb{N}$

**Hausaufgaben:**

[abgeben am 03.7.07 10:15]

1. Es seien  $a, b \in \mathbb{R}, a < b, f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Regelfunktion. Es ist  $f$  nicht als stetig vorausgesetzt! (5 Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass die Funktion  $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  stetig ist.

(b) Beweisen Sie: Es existiert ein  $\xi \in [a, b]$  mit  $\int_a^\xi f(x) dx = \int_\xi^b f(x) dx$ .

(c) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass  $\xi$  nicht notwendig aus  $]a, b[$  ist.

2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale: (6 Punkte)

a)  $\int \tan^2 x dx$    b)  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$    c)  $\int \frac{1}{x \ln x \ln \ln x} dx$

d)  $\int x \ln x dx$    e)  $\int x(\arctan x)^2 dx$    f)  $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)} dx$

3. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale: (3 Punkte)

a)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$    b)  $\int_0^1 \frac{x}{a+bx} dx \left(\frac{a}{b} > 0\right)$    c)  $\int_0^1 \frac{1}{e^x+1} dx$