SS 2007
Prof. Dr. Fredi Tröltzsch
Dr. Daniel Wachsmuth

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

13. Übungsblatt Analysis I

Hausaufgaben: Abgabe spätestens am 17.7.07 um 10:15 in der großen Übung.
Es gibt nur Zusatzaufgaben. Wer ohne diese Zusatzpunkte die 50-Prozent-Hürde nicht geschafft hat, kann per email benachrichtigt werden, dass er die Zulassung bekommt. Dazu bitte die email-Adresse mit auf die Abgabe schreiben.

Tutorien: In den Tutorien werden noch wenige Aufgaben zu Potenzreihen besprochen, die restliche Zeit kann für Fragen und Wiederholungen genutzt werden.

Übung am 17.7.: In der letzten Übung werden Fragen aus dem Publikum beantwortet. Ohne Fragen - keine Antworten.

Klausur: Die Klausur findet am 18.7. um 12:15-14 im Hörsaal ER270 statt.

Bitte bringen Sie einen Lichtbildausweis, den Studentenausweis, leere A4-Blätter und etwas zum Schreiben mit. Es sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen (unter anderem keine Handys und keine Taschenrechner). Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.

Die Klausurergebnisse werden voraussichtlich ab Donnerstag, den 19.7.07, nachmittag vor dem Raum MA 479 aushängen. Ihre Klausur und gegebenfalls Ihren Übungsschein können Sie am Fr, den 20.7.07 von 12:00 bis 14:00 in MA 649 einsehen und abholen. Dies ist der einzige Termin zum Einsehen der Klausur! Später können Sie Ihren Übungsschein bei Frau Piplak (MA 472) abholen.

Übungsaufgaben: [werden in der Übung am 10.7.07 besprochen]

1. Wir beschäftigen uns kurz mit der Kochkurve (Schneeflockenkurve) und dem Sierpinski-Dreieck.
2. Die Cantor-Menge C ist folgendermaßen definiert:

$$C_0 = [0,1], \quad C_{n+1} = \left(\frac{1}{3}C_n\right) \cup \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}C_n\right), \quad C := \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n.$$

   Zu zeigen ist:

   (a) $x \in C_n \quad \Leftrightarrow \quad x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\epsilon_k}{3^k}$, $\epsilon_k \in \{0,1,2\}$ $\forall k$, $\epsilon_k \neq 1$ für $k \leq n$.

   (b) $x \in C \quad \Leftrightarrow \quad x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\epsilon_k}{3^k}$, $\epsilon_k \in \{0,2\}$

   (c) Gehören die Zahlen $\frac{2}{3^5} + \frac{1}{3^{10}}$ und $\frac{1}{3^5} + \frac{2}{3^{10}}$ zu C?

   (d) C is abgeschlossen.

   (e) C ist überabzählbar.

   (f) C ist eine Nullmenge. D.h. $\forall \epsilon > 0$ gibt es eine Zahl n und Intervalle J_i, $i = 1 \dots n$ mit Gesamtlänge kleiner als ϵ, die C überdecken: $\bigcup_{i=1}^{n} J_i \supset C$.

3. Schließlich schauen wir uns noch die Cantor-Funktion an. Diese ist auf $[0,1]$ stetig und monoton wachsend, und auf $[0,1]\backslash C$ ist sie differenzierbar mit $f'(x) = 0$ für alle $x \in [0,1]\backslash C$.

Bitte wenden !

Tutoriumsaufgaben: [werden in den Tutorien vom 11.7.07 bis 13.7.07 besprochen]

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Potenzreihen?

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^k + (-2)^k}{k}(x+1)^k$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}(x+2)^k \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^{\sqrt{n}}}$

   d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{n!}$ f) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{x}{\sin n})^n$

Hausaufgaben: [abgeben am 17.7.07 10:15 - Nur Zusatzaufgaben]

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Potenzreihen? Berechnen Sie den Konvergenzradius.

   a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}$ mit $(a > 0,\ b > 0)$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^4 + 4n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + 2\cos\frac{n\pi}{4})^n x^n}{\ln n}$

   d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!}$ e) $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$

(5 Zusatzpunkte)