

13. Übungsblatt

Abgabe: Freitag, 20.7.2007, 10:00 - 10:15 Uhr im MA 041

Dies ist das letzte Blatt der zweiten Semesterhälfte.

Aufgabe 49

5 Punkte

In Eisenstadt, Österreich, findet dieses Jahr die Rettungshunde-Weltmeisterschaft statt. Der Fernsehsender RH-TV möchte nicht, dass seinen Zuschauern auch nur ein einziger der teilweise überschneidend stattfindenden packenden Wettkämpfe entgeht und sendet daher auf ausreichend vielen digitalen Fernsehkanälen parallel.

Zu jedem Wettkampf i bezeichne s_i seine Start und t_i seine Endzeit. Ein Kamerateam benötigt außerdem jeweils a Minuten für den Auf- und Abbau der Ausstattung zur Übertragung und c_{ij} Minuten, um vom Austragungsort von Wettkampf i zu dem von Wettkampf j zu gelangen.

Die Manager von RH-TV stellen sich nun folgende Frage: Wieviele Kamerateams werden wenigstens benötigt, um alle Wettkämpfe übertragen zu können? Gebt einen polynomiellen Algorithmus an, der diese Frage beantwortet und entsprechende Arbeitspläne für die Kamerateams berechnet. Beweist seine Korrektheit.

Aufgabe 50

5 Punkte

Mobile Kommunikationsgeräte bilden auf folgende Weise einen dynamischen ungerichteten Graphen: Es gibt einen Knoten für jedes Gerät und eine Kante zwischen zwei Knoten, wenn sich die beiden mit den Knoten korrespondierenden Geräte in Reichweite voneinander befinden. Wir betrachten ein solches dynamisches Netzwerk zu k diskreten Zeitpunkten: G_i , $1 \leq i \leq k$, bezeichnen die k entsprechenden statischen ungerichteten Graphen.

Nun soll zu gegebenen Geräten s und t eine Menge von bezüglich ihrer Kantenzahl kurzen Wegen $\mathcal{P} := \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ gefunden werden, so dass P_i ein s - t -Weg in G_i ist und sich der Weg im Laufe der Zeit nicht zu oft ändert. Genauer, sei $l(P_i)$ die Anzahl der Kanten von Weg P_i und $c(P_1, \dots, P_k)$ die Anzahl der Indizes i , $1 \leq i \leq k$, für die $P_i \neq P_{i+1}$, dann soll für eine Konstante K die Menge \mathcal{P} berechnet werden mit

$$K \cdot c(P_1, \dots, P_k) + \sum_{i=1}^k l(P_i)$$

minimal.

- a) Sei $k = 2$. Gebt einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem an und beweist seine Korrektheit.
- b) Sei $k = 3$. Gebt einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem an und beweist seine Korrektheit.

Aufgabe 51**0 + 5 Punkte**

Gegeben seien n Aufträge, die erst auf einer Maschine vom Typ A und danach auf einer Maschine vom Typ B bearbeitet werden müssen. Auftrag i hat auf Maschine A Bearbeitungszeit a_i , auf Maschine B beträgt sie b_i .

Nehmen wir an, dass nur eine Maschine vom Typ A , aber n Maschinen vom Typ B zur Verfügung stehen. Gebt einen polynomiellen Algorithmus an, der eine Bearbeitungsreihenfolge der Jobs auf der Maschine vom Typ A berechnet, so dass der zuletzt fertig bearbeitete Auftrag möglichst früh fertig gestellt wird. Beweist seine Korrektheit.

Aufgabe 52**0 + 5 Punkte**

Eine Gruppe Forscher betreibt Experimente mit sehr vielen, sagen wir n , Obstfliegen¹. Sie haben ein Verfahren entwickelt, um das Genmaterial der Obstfliegen vollständig zu entschlüsseln: Der genetische Code einer bestimmten Obstfliege kann als eine Binärzahl mit K Stellen dargestellt werden. Leider würde aber das unkodierte Speichern des Genmaterials aller Fliegen die Speicherkapazität ihrer Computer sprengen.

Die Forscher haben allerdings festgestellt, dass sich das Genmaterial von Fliege zu Fliege jeweils nur in einer sehr kleinen Anzahl von höchstens $\frac{K}{n}$ Stellen (deren Position aber variiert) unterscheidet. Gebt eine Möglichkeit an, die genetischen Codes aller Obstfliegen effizient mit minimalem Speicherbedarf (höchstens $\mathcal{O}(K \log K)$ Bits) abzulegen, so dass der Code jeder einzelnen Fliege aber noch effizient gefunden werden kann.

¹Selbstverständlich kommen die Obstfliegen dabei zu keinerlei seelischem oder körperlichem Schaden.