

Lösungen 10. Tutoriumsvorschläge

25. Juni 2012

3. Aufgabe

(i) Bestimmen Sie eine Basis des \mathbb{R} -Vektorraums \mathbb{C} sowie $\dim_{\mathbb{R}}(\mathbb{C})$.

(ii) Bestimmen Sie eine Basis des \mathbb{C} -Vektorraums \mathbb{C} sowie $\dim_{\mathbb{C}}(\mathbb{C})$.

Beweis. (i) Betrachte $\{1, i\}$. Dann ist $\mathbb{C} = \{x + yi \mid x, y \in \mathbb{R}\} = \text{span}_{\mathbb{R}}\{1, i\}$, also ist $\{1, i\}$ ein Erzeugendensystem. Sind nun $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ mit $\lambda_1 1 + \lambda_2 i = 0$, so folgen $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

Daher ist $\{1, i\}$ eine \mathbb{R} -Basis von \mathbb{C} und somit $\dim_{\mathbb{R}}(\mathbb{C}) = 2$.

(ii) Betrachte $v_1 = 1$. Wegen $v_1 \neq 0$ ist v_1 linear unabhängig. Außerdem gilt $z = z \cdot 1$ für jedes $z \in \mathbb{C}$, also ist $\{1\}$ ein linear unabhängiges Erzeugendensystem von \mathbb{C} und somit eine Basis. Es folgt $\dim_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}) = 1$.

□