Technische Universität Berlin SoSe 2013
Institut für Mathematik http://www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SS13/LinAlg1/
Prof. Dr. O. Holtz, Dr. A. Międlar Stand: 13. April 2013

Lineare Algebra I – Hausaufgabe 1

Abgabe: 22.04.2013 **vor** der Übung

---

1. Aufgabe (4 Punkte)
Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

1.) $[A \Leftrightarrow B] \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)]$.

2.) Für $\wedge$ und $\vee$ gelten die Distributivgesetze:
   a) $[(A \wedge B) \vee C] \Leftrightarrow [(A \vee C) \wedge (B \vee C)]$,
   b) $[(A \vee B) \wedge C] \Leftrightarrow [(A \wedge C) \vee (B \wedge C)]$.

3.) $[(A \Leftrightarrow B) \wedge (B \Leftrightarrow C)] \Leftrightarrow [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)]$.

2. Aufgabe (7 Punkte)
Seien L, M, N Mengen. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

1.) $M \backslash (N \cap L) = (M \backslash N) \cup (M \backslash L)$,

2.) $M \backslash (N \cup L) = (M \backslash N) \cap (M \backslash L)$,

3.) sowie die Distributivgesetze
   a) $M \cup (N \cap L) = (M \cup N) \cap (M \cup L)$,
   b) $M \cap (N \cup L) = (M \cap N) \cup (M \cap L)$.

3. Aufgabe (5 Punkte)
Sind folgende Abbildungen injektiv, surjektiv, bijektiv?

- $f_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x + y, xy)$,
- $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto x^3$,
- $f_3 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, x \mapsto 2x$,
- $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}, x \mapsto \lfloor x \rfloor$, $\lfloor x \rfloor = \max\{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$,

- $f_5 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f_5(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} & : x \neq 1, \\ 0 & : x = 1. \end{cases}$

4. Aufgabe (4 Punkte)

Seien X, Y, Z nichtleere Mengen und $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$ Abbildungen. Beweisen Sie folgende Aussagen:

1.) f ist surjektiv und g ist surjektiv $\Rightarrow$ $g \circ f$ ist surjektiv,

2.) $g \circ f$ ist injektiv $\Rightarrow$ f ist injektiv.

Gesamtpunktzahl: 20