

Lineare Algebra I – Hausaufgabe 8

Abgabe: 10.06.2013 vor der Übung

1. Aufgabe

(3 Punkte)

Seien K ein Körper, $n \geq 2$ und $A, B \in K^{n,n}$ invertierbar. Zeigen Sie:

1.) $\text{adj}(AB) = \text{adj}(B) \text{adj}(A)$,

2.) $\text{adj}(\text{adj}(A)) = \det(A)^{n-2} A$,

3.) $\text{adj}(A^{-1}) = \text{adj}(A)^{-1}$.

2. Aufgabe

(3 Punkte)

Bestimmen Sie alle mögliche Werten der Determinante von A , wenn

1.) $A^2 = A^T$,

2.) $A^T - A^{-1} = \mathbf{0}$,

3.) $A^2 + A^{-1} = \mathbf{0}$.

3. Aufgabe

(8 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

1.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e & 0 & e^\pi & 4 & 5 & 1 & \sqrt{\pi} \\ e^2 & 1 & \frac{17}{31} & \sqrt{6} & \sqrt{7} & \sqrt{8} & \sqrt{10} \\ e^3 & 0 & -e & \pi & e & 0 & \pi^e \\ e^4 & 0 & 10001 & 0 & \pi^{-1} & 0 & e^{2\pi} \\ e^6 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7,7}.$$

2.) $B = [b_{ij}] \in \mathbb{Z}^{n,n}$ mit

$$b_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{für } |i - j| = 0 \\ -1 & \text{für } |i - j| = 1 \\ 0 & \text{für } |i - j| \geq 2 \end{cases}.$$

3.)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ -5 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{Z}^{5,5}.$$

4. Aufgabe

(6 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 - 7x_3 + x_4 & = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 & = 1 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 & = 0 \end{cases}$$

mit Cramer'sche Regel und Gauß'schen Algorithmus.

Gesamtpunktzahl: 20