T U ¨ B
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Stefan Felsner
Andreas Paffenholz

Diskrete MAFI
Sommersemester 2005
Wiebke Höhn
Raman Sanyal
Xiumei Wang

D M ¨ I
P ¨

Bearbeitung am 18./19. Mai 2005 in den Tutorien

A 1.

Zeigen Sie, dass

(1) $n^5 - n$ immer durch 30 teilbar ist.
(2) Zeigen Sie, dass eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ prim ist, wenn sie $n \mid ((n-1)! + 1)$ erfüllt.
(3) Zeigen Sie: Sind $v, p \in \mathbb{N}$, p prim und $0 < v < p$, so gilt

$$p \,\Big|\, \binom{p}{v}.$$

A 2.

Seien $u, v, w \in \mathbb{N}$ und p prim. Beweisen Sie oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(1) $\operatorname{ggT}(u - v, u) = \operatorname{ggT}(u, v)$,
(2) $\operatorname{ggT}(u + v, u - v) = \operatorname{ggT}(u, v)$,
(3) $\operatorname{ggT}((u + v)^2, (u - v)^2) = \operatorname{ggT}((u - v)^2, 4uv)$
(4) $p \mid u$ und $p \mid (u^2 + v^2)$, dann auch $p \mid v$,
(5) $w \mid u$ und $w \mid (u^2 + v^2)$, dann auch $w \mid v$,
(6) $u \mid (v^2 - 1) \Rightarrow u \mid (v^4 - 1)$,

A 3.

Zeigen Sie, dass $\sqrt{n}$ für eine natürliche Zahl n entweder eine natürliche oder eine irrationale Zahl ist.

A 4.

Wenn $x, y \in \mathbb{N}$ teilerfremd sind, dann hat jede weitere Zahl $n \in \mathbb{N}$ eine Darstellung der Form $ax + by = n$ für zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{N}$ (die natürlich von n abhängen).