Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Stefan Felsner

Diskrete MAFI
Sommersemester 2005

Diskrete und strukturelle Mathematik für Informatiker
1. Übungsblatt

Abgabe am 02. Mai 2005 **vor** der Vorlesung

Aufgabe 1. — 2+2 Punkte

(1) Sei G ein Graph und d_u die Anzahl der Knoten von G, deren Grad ungerade ist. Zeigen Sie, dass d_u eine gerade Zahl ist.
(2) Auf einer Party mit 21 Personen behauptet jede(r), schon genau 5 verschiedenen Leuten die Hand geschüttelt zu haben. Kann das sein?

Aufgabe 2. — 3+3 Punkte

Eine Kante e eines Graphen G heißt Brücke, wenn sich die Zahl der Zusammenhangskomponenten von G durch Entfernen von e um eins erhöht.

(1) Zeigen Sie, dass eine Kante genau dann eine Brücke ist, wenn sie in keinem Kreis enthalten ist.
(2) Zeigen Sie, dass ein Graph, in dem der Grad jedes Knotens gerade ist, keine Brücken hat.

Aufgabe 3. — 4 Punkte

Ein Graph G heißt 3-regulär, wenn jeder Knoten Grad 3 hat. Zeigen Sie, dass es 3-reguläre Graphen mit 6, 8, 10, und 12 Knoten gibt. Geben Sie dafür jeweils ein Beispiel an.

(*Hinweis: Evtl. ist es leichter, das Problem für eine beliebige gerade Knotenzahl $n \geq 4$ zu lösen.*)

Aufgabe 4. — 4+2 Punkte

König Artus will für die Tafelrunde eine Sitzordnung für sich und 9 seiner Ritter festlegen. Das wäre nicht schwer, gäbe es nicht diese andauernden Rivalitäten und Eifersüchteleien zwischen den Rittern.

König Artus möchte, dass Lancelot zu seiner Rechten und Kay zu seiner Linken sitzt. Erec weigert sich neben jemand anderem als Lyonel oder Tristan zu sitzen. Galahad will weder neben Tristan, noch neben Lancelot, Kay oder Lyonel sitzen. Parzival lehnt es ab, neben Gawain oder Lancelot zu sitzen. Gaheris möchte auf keinen Fall neben Gawain, Lancelot oder Kay sitzen. Tristan weigert sich, neben Lancelot, Parzival oder Kay zu sitzen. Gawain würde sich neben jeden anderen setzen, aber nicht neben Galahad oder Kay. Und Lyonel schließlich ist dagegen, neben Gawain zu sitzen.

Erstellen Sie mit Hilfe der Graphentheorie eine Tischordnung, die von allen akzeptiert wird.

a) Formulieren Sie das Problem graphentheoretisch, d.h. geben Sie die Knoten- und Kantenmenge eines geeigneten Graphen an. Beschreiben Sie mit dessen Hilfe ob und wie man zu einer Tischordnung kommen kann, die alle Ritter zufrieden stellt.
b) Skizzieren Sie den Graphen und die gefundene Sitzordnung.