T U ¨ B
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Stefan Felsner

Diskrete MAFI
Sommersemester 2005

D M ¨ I
2. Ü

Abgabe am 9. Mai 2005 **vor** der Vorlesung

A 1. **6 P**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. $\deg(x)$ bezeichne den Grad eines Knotens $x \in V$. Für G gelte

$$\max_{x \in V}(\deg(x)) \; + \; \min_{x \in V}(\deg(x)) \; + \; 1 \quad \geq \quad |V|$$

Zeigen Sie, dass der Graph G zusammenhängend ist.

A 2. **6 P**

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *bipartit*, wenn es eine Partition der Eckenmenge $V = V_1 \cup V_2$ in zwei nichtleere disjunkte Teilmengen $V_1, V_2 \subset V$ gibt (also $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ und $V_1, V_2 \neq \emptyset$), so dass jede Kante $v \in E$ einen ihrer Endknoten in V_1 und den anderen in V_2 hat.

Zeigen Sie, dass ein Graph genau dann bipartit ist, wenn er keinen Kreis ungerader Länge enthält.

A 3. **4 P**

Ist $G = (V, E)$ ein Graph, dann ist der *komplementäre Graph von* G, bezeichnet mit $\overline{G}$, definiert durch $\overline{G} := (V, \binom{V}{2} \setminus E)$; d.h. $\overline{G}$ ist der Graph mit derselben Knotenmenge wie G, bei dem 2 Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie in G *nicht* durch eine Kante verbunden sind.

Zeigen Sie, dass der komplementäre Graph eines nicht zusammenhängenden Graphen zusammenhängend ist. Gilt auch die Umkehrung? (Beweis oder Gegenbeispiel)

A 4. **4 P**

Sei G ein zusammenhängender Graph. Zeigen Sie, dass zwei Wege maximaler Länge in G mindestens einen Knoten gemeinsam haben.