SS 2007 | Technische Universität Berlin
Prof. Dr. Fredi Tröltzsch | Fakultät II
Dr. Daniel Wachsmuth | Institut für Mathematik

11. Übungsblatt Analysis I

Hausaufgaben: Abgabe spätestens am 03.7.07 um 10:15 in der großen Übung.

Klausur: Die Klausur findet am 18.7. um 12:00 im Hörsaal ER270 statt.

Tutoriumsaufgaben: [werden in den Tutorien vom 27.6.07 bis 29.6.07 besprochen]

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe (elementarer) Zurückführung auf Grundintegrale.

   a) $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx$ b) $\displaystyle\int \left(1-\frac{1}{x^2}\right)\sqrt{x\sqrt{x}}\,dx$ c) $\displaystyle\int (2^x+3^x)^2\,dx$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe geeigneter Substitutionen.

   a) $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^2}\,dx$ b) $\displaystyle\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$ c) $\displaystyle\int \cos^2 x\sin x\,dx$

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

   a) $\displaystyle\int xe^x\,dx$ b) $\displaystyle\int \sin^2 x\,dx$ c) $\displaystyle\int \arctan x\,dx$

4. Berechnen Sie die folgenden Integrale mithilfe der Partialbruchzerlegung.

   a) $\displaystyle\int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)}\,dx$ b) $\displaystyle\int \frac{x^2+x-1}{x^2+9}\,dx$

5. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

   a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x|x|\,dx$ b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(\sin x)\,dx$ c) $\displaystyle\int_0^n [x]\,dx,\ n\in\mathbb{N}$

Hausaufgaben: [abgeben am 03.7.07 10:15]

1. Es seien $a,b\in\mathbb{R}$, $a<b$, $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ eine Regelfunktion. Es ist f nicht als stetig vorausgesetzt! (5 Punkte)

   (a) Zeigen Sie, dass die Funktion $F:[a,b]\to\mathbb{R}$ definiert durch $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ stetig ist.

   (b) Beweisen Sie: Es existiert ein $\xi\in[a,b]$ mit $\int_a^\xi f(x)\,dx=\int_\xi^b f(x)\,dx$.

   (c) Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass ξ nicht notwendig aus $]a,b[$ ist.

2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale: (6 Punkte)

   a) $\displaystyle\int \tan^2 x\,dx$ b) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ c) $\displaystyle\int \frac{1}{x\ln x\ln\ln x}\,dx$

   d) $\displaystyle\int x\ln x\,dx$ e) $\displaystyle\int x(\arctan x)^2\,dx$ f) $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)(x+2)(x+3)}\,dx$

3. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale: (3 Punkte)

   a) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{a+bx}\,dx\ (\tfrac{a}{b}>0)$ c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{e^x+1}\,dx$