

## 12. Übungsblatt „Maß- und Integrationstheorie“ *Differentiation von Maßen und Funktionen*

---

Gesamtpunktzahl: 10 Punkte

Dies ist die letzte Hausaufgabe des Semesters!

### 1. Hausaufgabe:

6 Punkte

Führen Sie den Beweis von Theorem 10.22 a) aus.

**Hinweis:** Sie dürfen die Aussage von Theorem 10.22 b) benutzen.

### 2. Hausaufgabe:

4 Punkte

Geben Sie eine nicht-negative Funktion  $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}, \mathfrak{B}(\mathbb{R}), \lambda)$  an, sodass für das durch

$$\forall A \in \mathfrak{B}(\mathbb{R}) : \mu(A) := \int_A f d\lambda$$

definierte Maß gilt:

- $\mu$  ist für alle  $x \in \mathbb{R}$  differenzierbar, aber
- $(D\mu)(x) = f(x)$  gilt nicht für alle  $x \in \mathbb{R}$ .