

13. Übungsblatt

Abgabe am 10.2.2005

Aufgabe 44:

4 Punkte

Es sei $X \subset \mathbb{R}^d$ eine endliche Menge von Punkten und F die Menge der Facettennormalen der (nicht notwendigerweise volldimensionalen) konvexen Hülle $P = \text{conv } X$.

Gib einen Algorithmus an, der die Ecken von P bestimmt. Wie ist seine Laufzeit?

Aufgabe 45:

4 Punkte

a) Sei Δ ein d -dimensionaler Simplex mit Ecken p_1, \dots, p_{d+1} . Gib einen Algorithmus an, der gleichverteilt zufällige Punkte aus Δ liefert, zeige Korrektheit und bestimme die Laufzeit.

b) Nun sei P ein beliebiges d -dimensionales Polytop mit Ecken q_1, \dots, q_n . Finde einen Algorithmus, der aus P gleichverteilte Zufallspunkte liefert und diskutiere seine Laufzeit.

Aufgabe 46:

4 Punkte

Es sei

$$P_d := \left\{ x = (x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d \mid 0 \leq x_i \leq 1, \frac{d-1}{2} \leq \sum_{i=1}^d x_i \leq \frac{d+1}{2} \right\}.$$

a) Beschreibe die Facetten von P_d .

b) Bestimme die Eckenanzahl von P_d und gib an, in welchen Facetten jeweils die Ecken liegen.
(*Hinweis:* Die Kombinatorik von P_d hängt davon ab, ob d gerade oder ungerade ist!)

Aufgabe 47:

4 Punkte

Das Polytop $\text{Cor}(n) \subset \mathbb{R}^{n^2}$ sei definiert durch

$$\text{Cor}(n) := \text{conv} \{ xx^t \mid x \in \{0, 1\}^n \}.$$

a) Zeige: $\text{Cor}(n)$ hat 2^n Ecken und die Dimension $\frac{n(n+1)}{2}$.

b) Bestimme $\text{Cor}(2)$ und $\text{Cor}(3)$.