

Kurzeinführung zum „Plotten“ in Maple

Dies ist eine sehr kurze Einführung, die lediglich einen Einblick in die Visualisierung von Funktionen und Mengen gestatten soll und keinesfalls um Vollständigkeit bemüht ist. Selbstverständlich können CAS (Computeralgebrasysteme) noch viel mehr (z.B. Rechnen). Für Programmiererfahrene bietet die Hilfefunktion eine schnellere und direkte Methode sich mit CAS auseinanderzusetzen.

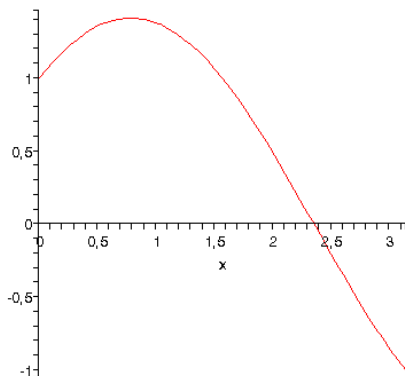
Es gibt viele gute CAS wie z.B. Mathematica, MathCad und Derive. Allerdings hat Maple meiner Meinung nach den Vorteil, dass am benutzerfreundlichsten ist und man sich Graphiken nach Belieben drehen kann. In den grundlegenden Funktionen unterscheiden sich die meisten CAS kaum voneinander.

Im Laufe dieses und des nächsten Semesters werden sich „mannigfaltige“ (☺) Möglichkeiten des Einsatzes von CAS bieten: Visualisierungen von Tangentialebenen an Flächen, Vektorfeldern, Taylorpolynome, Fourierreihen, gleichungsdefinierte Mengen, Parametrisierungen u.v.m.

Allerdings soll die Nutzung dieser Programme lediglich die Vorstellung von Funktionen, Kurven, Mengen usw. erleichtern und ist im Allgemeinen in Hausaufgaben nicht erlaubt. (Es sei denn, es wird explizit darauf hingewiesen!) Maple und andere CAS stehen im Unix-Pool zur Verfügung.

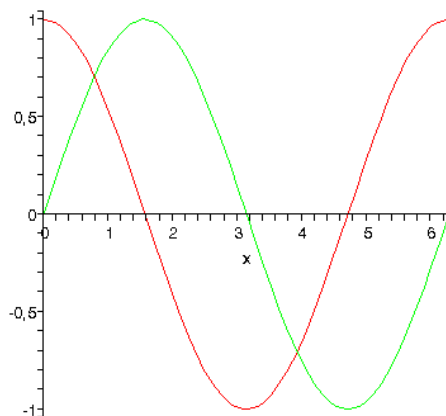
Zuerst einmal die grundlegenden und selbsterklärenden Befehle

```
plot(cos(x) + sin(x), x=0..Pi);
```



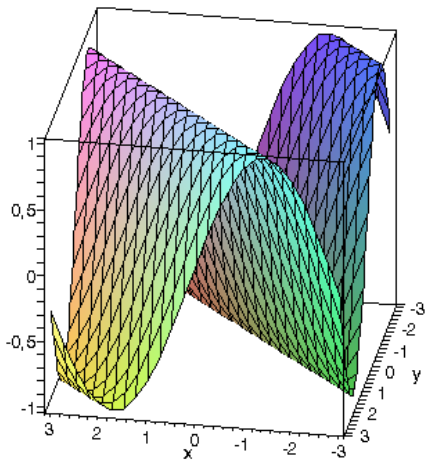
Man kann natürlich auch mehrere Funktionen auf einmal zeichnen:

```
plot({cos(x), sin(x)}, x=0..2*Pi);
```



Und im mehrdimensionalen für eine Funktion von \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R} :

```
plot3d(sin(x+y), x=-3..3, y=-3..3, axes=boxed);
```



Im Großen und Ganzen sind das sogar schon alle Möglichkeiten, da Maple nur höchstens dreidimensional zeichnen kann. Allerdings kann man mit einigen Tricks auch noch höherdimensionale Objekte visualisieren. Dafür benötigen wir jedoch mehr Befehle, die erst einmal mit dem Befehl

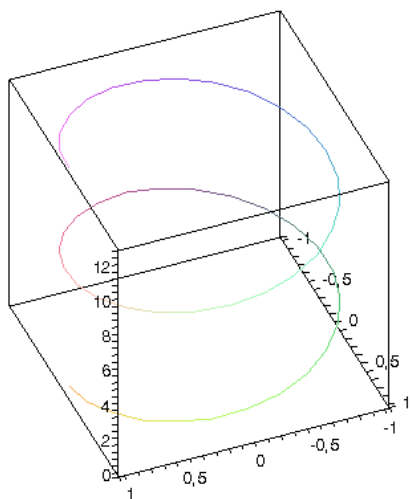
```
with(plots);
```

initialisiert werden müssen.

Zum Beispiel schränkt man sich beim Zeichnen von Kurven nur auf den Bildbereich ein – der Definitionsbereich ist also gar nicht in der Graphik ablesbar!

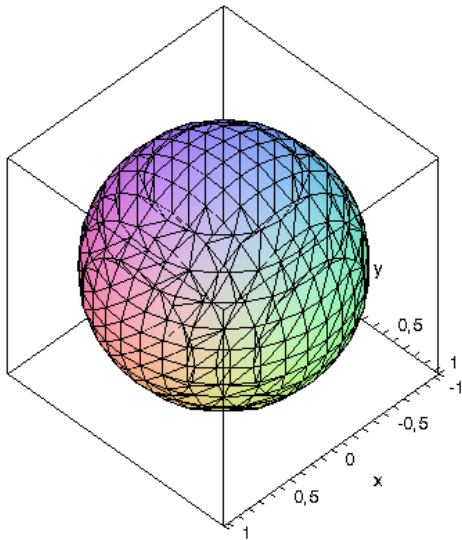
Hier am Beispiel der Schraubenlinie/Helix $\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$

```
spacecurve([cos(t), sin(t), t], t=0..4*Pi, axes=boxed);
```



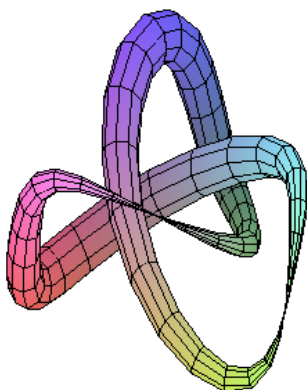
Für Abbildungen vom \mathbb{R}^3 nach \mathbb{R} bräuchte man theoretisch schon 4 Achsen. Hier macht allerdings die Beschränkung auf die Bildmenge keinen Sinn. (Warum?) Dafür kann man sich Niveaumengen, d.h. Teilmengen des Definitionsbereiches auf denen die Funktion einen konstanten Wert hat, anschauen. (Das Nullniveau einer Abbildung von \mathbb{R} nach \mathbb{R} entspricht gerade der Nullstellenmenge.) Die Niveaumengen lassen sich bei hinreichend schönen Funktionen durch algebraische Gleichungen ausdrücken, die Maple wiederum in eine Graphik umsetzt:

```
implicitplot3d(x^2+y^2+z^2-1=0, x=-2..2, y=-2..2, z=-2..2,
grid=[13,13,13], axes=boxed);
```



Mit Maple kann man aber auch einige Spielereien versuchen:

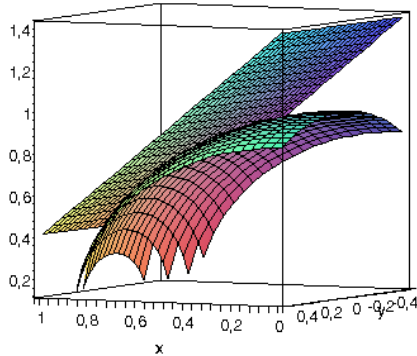
```
tubeplot( [ -10*cos(t) - 2*cos(5*t) + 15*sin(2*t),
-15*cos(2*t) + 10*sin(t) - 2*sin(5*t),
10*cos(3*t) ], t= 0..2*Pi, radius=3*cos(t*Pi/3));
```



Und nun zur praktischen Anwendung. Ich habe Maple immer als Möglichkeit der Probe oder der Vereinfachung meiner Hausaufgaben genutzt:

Zum Beispiel beim Zeichnen einer Tangentialebene zu einer gegebenen Funktion in einem Punkt [hier $f(x)=\sqrt{1-x^2-y^2}$ im Punkt $(1/\sqrt{2},0)$]:

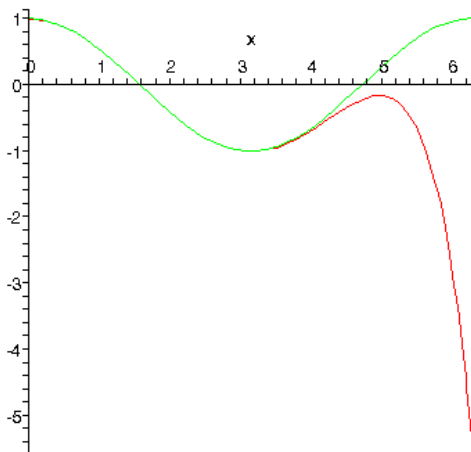
```
plot3d({sqrt(1-x^2-y^2),1/sqrt(2)-(x-1/sqrt(2))}, x=0..1, y=-1/2..1/2, axes=boxed);
```



Man kann auch sehr schön das Konvergenzverhalten von einfachen Reihen untersuchen. Dabei kann man in beiden folgenden Fällen die Summe einfach mal weiter laufen lassen (Zählindex ändern), um zu sehen, wie sich die Cosinus-Reihendarstellung immer mehr an den Cosinus bzw. die Fourierreihe an die Rechteckschwingung anschmiegt. (Keine Angst. Letzteres hatten wir noch nicht und ist bisher wahrscheinlich nur für Physiker interessant.)

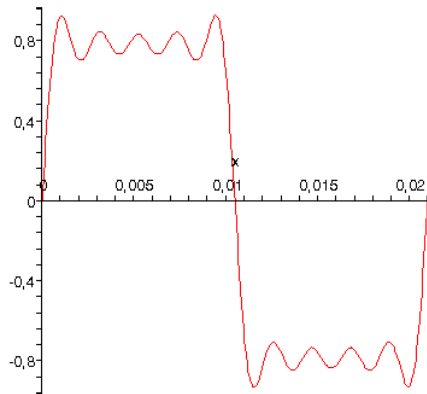
Cosinusreihe

```
plot({sum((-1)^k*x^(2*k)/((2*k)!),k=0..5),cos(x)},x=0..2*Pi);
```



Fourierreihe

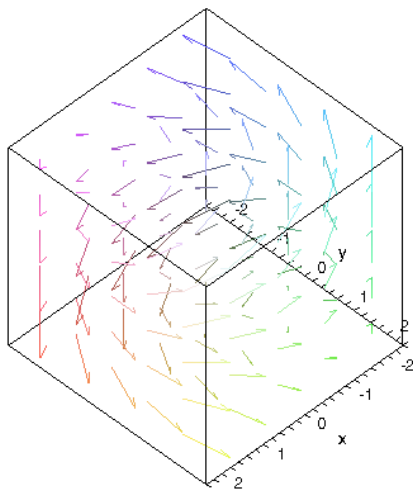
```
plot(sum(1/(2*k-1)*sin((2*k-1)*300*x),k=1..5), x=0..Pi/150);
```



Als eine weitere nützliche Anwendung fällt mir noch ein, das man sich Funktionen plottet um eine Vermutung zu bekommen, ob eine Funktion an einer bestimmten Stelle differenzierbar bzw. stetig ist. Das ist von großem Vorteil, da die Beweismethode stark von der eigentlichen Vermutung abhängt. Allerdings sollte man hier vorsichtig sein, da dieses Mittel in einer Klausur nicht zur Verfügung steht.

Für Kurvenintegrale werden wir uns auch mit Vektorfeldern beschäftigen. Diese kann man sich als eine Art Strömung vorstellen:

```
fieldplot3d([-y,x,z],x=-2..2,y=-2..2,z=-2..2,grid=[5,5,5],axes=boxed);
```



Das soll an Beispielen genügen. Wie bereits eingangs erwähnt, kann man allerdings noch sehr viele Sachen mit Maple und anderen CAS machen. Die ausgesuchten Beispiele sollten lediglich exemplarisch einen leichteren Einstieg in Maple ermöglichen.