

Aufgabe 47: Sei K ein Körper, $n > 0$ ($n \in \mathbb{N}$) und $K[t]_{\leq n} := \{p \in K[t] \mid \deg p \leq n\}$ der Untervektorraum der Polynome mit Grad höchstens n . Sei $\mathcal{B} = \{1, t, t^2, \dots, t^n\}$ die Standardbasis dieses Untervektorraumes. Betrachte die folgende Menge von Polynomen:

$$\mathcal{B}_n := \{B_{k,n} \in K[t] \mid B_{k,n} = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \text{ für } k = 0, \dots, n.\}$$

- i) Berechne die Darstellung der Polynome $B_{k,n}$ bezüglich der Standardbasis \mathcal{B} .
- ii) Zeige, dass $\mathcal{B}_n := \{B_{k,n} \mid k = 0, \dots, n\}$ eine Basis von $K[t]_{\leq n}$ ist.
- iii) Berechne die Darstellung der Standardbasisvektoren t^k für $k = 0, 1, 2, 3$ bezüglich der Basis \mathcal{B}_3 .

6 Punkte