Satz vom komplementären Schlupf

Seien x, π primal, dual zulässig. Dann gilt

x, π optimal $\iff$ $\pi_i = 0$ oder $a_i^T x = b_i \quad \forall i = 1, \dots, m$
UND
$x_j = 0$ oder $\pi^T A_j = c_j \quad \forall j = 1, \dots, n$

LP-relaxation für VC:

(P)
$$\min \sum_{v \in V} x_v w_v$$
$$x_u + x_v \geq 1 \quad \forall (u,v) \in E$$
$$x_v \geq 0 \quad \forall v \in V$$

(D)
$$\max \sum_{e \in E} \pi_e$$
$$\sum_{e \in \delta(u)} \pi_e \leq w(u) \quad \forall u \in V$$
$$\pi_e \geq 0 \quad \forall e \in E$$

<u>Bem.:</u> Sei $OPT(P(I))$ Optimalwert des LP P zur VC-Instanz I.

$\Rightarrow OPT(P(I)) \leq OPT(I)$

<u>Beh. 1:</u> Am Ende von ALG sind x, π primal, dual zulässig für $P(I)$, $D(I)$. Außerdem definiert $\{v \in V \mid x_v = 1\} \subseteq V$ ein Vertex Cover

<u>Bew.:</u> • π ist dual zul. nach Konstruktion

<u>Ann.:</u> x nicht zulässig

$\Rightarrow \quad \exists (u,v) \in E : \quad x_u + x_v < 1$

$\Rightarrow \quad \exists (u,v) \in E : \quad x_u = 0, \quad x_v = 0$ $\quad \lightning$

done = E
am Ende
von ALG

. x VC wg. $x \in \{0,1\}$ $\square$