

**9. Übung**  
**Stochastische Modelle**

**Abgabe: 15.1.2009** (in der Übung)

**1. Aufgabe** (5 Punkte)

Sei die folgende Übergangsmatrix  $P$  auf dem Zustandsraum  $E = \{0, 1\}$  gegeben:

$$P = \begin{pmatrix} \alpha & 1 - \alpha \\ 1 - \alpha & \alpha \end{pmatrix}, \text{ mit } 1 > \alpha > 0.$$

Zeigen Sie, dass es genau dann eine markovsche Standardhalbgruppe  $(P(t))_{t \geq 0}$  auf  $E$  mit der Eigenschaft  $P(1) = P$  gibt, wenn  $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$ . In diesem Fall berechnen Sie  $(P(t))_{t \geq 0}$ .

**2. Aufgabe** (5 Punkte)

Führen Sie den Beweis von Satz 3.2.4 aus.

**3. Aufgabe** (5 Punkte)

Es sei  $(P(t))_{t > 0}$  eine submarkovsche Halbgruppe auf  $E$ . Man zeige folgende Behauptungen.

- Für alle  $i \in E$  ist  $\sum_{j \in E} P_{ij}(t)$  eine nicht wachsende Funktion von  $t$ .
- Falls  $P(t_0)$  für  $t_0 > 0$  eine stochastische Matrix ist, so ist  $P(t)$  für alle  $t > 0$  eine stochastische Matrix.