**Technische Universität Berlin** WiSe 2012 / 2013
**Institut für Mathematik** `http://www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS12/LinAlg2/`
Prof. Dr. V. Mehrmann, Dr. S. Jokar Stand: 21. Januar 2013

# Lineare Algebra II
# 12. Hausaufgabe

Abgabe: 28.01.2013 **bis** 01.02.2013

---

**1. Aufgabe** (3 Punkte)
Man betrachte die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

über dem Körper $\mathbb{R}$ und bestimme die Jordan-Normalform.

**2. Aufgabe** (2 Punkte)
Seien $V$ ein $K$-Vektorraum mit $\dim(V) \in \mathbb{N}$ und $f \in \mathcal{L}(V, V)$, dessen charakteristisches Polynom $P_f$ in Linearfaktoren zerfällt. Zeigen Sie: Es gilt $P_f = m_f$ genau dann, wenn $g(\lambda, f) = 1$ für alle Eigenwerte $\lambda$ von $f$ ist.

**3. Aufgabe** (4 Punkte)
Seien $V$ ein $n$-dimensionaler euklidischer Vektorraum und $f \in \mathcal{L}(V, V)$. Zeigen Sie:

(i) Für jede Basis $\mathcal{B}$ von $V$ gilt $m_f = m_{[f]_{\mathcal{B},\mathcal{B}}}$.

(ii) $m_f = m_{f^{\mathrm{ad}}}$.

**4. Aufgabe** (6 Punkte)
Sei

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

(i) Berechnen Sie symmetrische Matrizen $S_1, S_2 \in \mathbb{R}^{3,3}$ mit $A = S_1 S_2$.

(ii) Berechnen Sie $e^A$.

**5. Aufgabe** (5 Punkte)
Zeigen Sie, dass es zu jeder Matrix $A \in \mathbb{C}^{2,2}$ mit $A = 0$ oder $A^2 \neq 0$ eine Matrix $B \in \mathbb{C}^{2,2}$ gibt mit $B^2 = A$.

Gesamtpunktzahl: 20