Technische Universität Berlin WiSe 2012 / 2013
Institut für Mathematik http://www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS12/LinAlg2/
Prof. Dr. V. Mehrmann, Dr. S. Jokar Stand: 28. Januar 2013

Lineare Algebra II
13. Hausaufgabe

Abgabe: 04.02.2013 **bis** 08.02.2013

---

1. Aufgabe (6 Punkte)
Sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f(z) = \frac{1-z}{1+z}$.

(i) Zeigen Sie, dass für eine schiefsymmetrische Matrix $A \in \mathbb{C}^{n,n}$, $f(A)$ orthogonal ist, d.h. $f(A)^H f(A) = I_n$.

(ii) Zeigen Sie, dass für eine orthogonale Matrix $A \in \mathbb{C}^{n,n}$, $f(A)$ schiefsymmetrisch ist wenn $\det(I + A) \neq 0$.

2. Aufgabe (5 Punkte)
Sei $A \in \mathbb{C}^{n,n}$ eine Projektion, d.h. $A^2 = A$. Zeigen Sie, dass $e^A - I = (e-1)A$ gilt.

3. Aufgabe (3 Punkte)
Sei

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = Ay$$

mit dem Anfangswert $y(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ mit den Methoden aus der Vorlesung.

4. Aufgabe (3 Punkte)
Sei $A = \begin{bmatrix} 0 & -t \\ t & 0 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie e^A.

5. Aufgabe (3 Punkte)

Berechnen Sie $\sin(A)$ für die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} \pi & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \pi & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \pi & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \pi \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{4,4}.$$

Gesamtpunktzahl: 20