Technische Universität Berlin WiSe 2012 / 2013
Institut für Mathematik `http://www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS12/LinAlg2/`
Prof. Dr. V. Mehrmann, Dr. S. Jokar Stand: 19. Oktober 2012

Lineare Algebra II
1. Tutoriumsvorschläge

Tutoriumsvorschläge

1. Aufgabe
Sei V ein n-dimensionale $\mathbb{R}$-Vektorraum mit Basis $B := \{b_1, \cdots, b_n\}$, $B' := \{e_1, \cdots, e_n\}$ die kanonische Basis des $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass die lineare Abbildung

$$f : V \mapsto \mathbb{R}^n \quad \text{mit} \quad f(b_i) = e_i, \quad 1 \leq i \leq n,$$

eine linearer Isomorphismus definiert.

2. Aufgabe
Sei V ein endlichdimensionaler K-Vektorraum und seien $f, g \in V^*$ mit $f \neq 0$. Zeigen Sie, dass $g = \lambda f$ für ein $\lambda \in K \setminus \{0\}$ genau dann gilt, wenn $Kern(f) = Kern(g)$ ist. Kann auf die Vorausssetzung $f \neq 0$ verzichtet werden?

3. Aufgabe
Betrachten Sie die Abbildung $f : \mathbb{R}^{2,2} \to \mathbb{R}^{2,2}$, $A \mapsto A^T$.

(i) Sei $\mathcal{B}_1 = (E_{11}, E_{12}, E_{21}.E_{22}) = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$. Berechnen Sie $[f]_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_1}$, also die Matrixdarstellung von f bzgl. $\mathcal{B}_1$.

(ii) Zeigen Sie, dass

$$\mathcal{B}_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

eine Basis des $K^{2,2}$ ist und berechnen Sie $[f]_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_2}$.

(iii) Berechnen Sie die Basisübergangsmatrix von der Basis $\mathcal{B}_1$ zur Basis $\mathcal{B}_2$, also $[Id]_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}$.