Lineare Algebra II
7. Tutoriumsvorschläge

---

1. Aufgabe
Gegeben Sie Bedingungen an die Einträge von

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$$

an, so dass A diagonalisierbar bzw. triangulierbar ist.

2. Aufgabe
Untersuchen Sie, welche der folgenden Matrizen

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}$$

diagonalisierbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls eine invertierbare Matrix S und eine Diagonalmatrix D, so dass $S^{-1}AS = D$ gilt ($A = A_1$ bzw. A_2).

3. Aufgabe
Seien K ein Körper und $A \in K^{n,m}, B \in K^{m,m}$ und $C \in K^{n,n}$ mit $AB = CA$. Dann gilt:

$$Ap(B) = p(C)A$$

für jedes Polynom $p(t) \in K[t]$.

4. Aufgabe
Seien $p(t) \in K[t]$, $A \in K^{n,n}$ und $S \in \mathrm{GL}_n(K)$.

(i) Zeigen Sie, dass $p(SAS^{-1}) = Sp(A)S^{-1}$ gilt.

(ii) Sei $K = \mathbb{C}$ und P_A zerfalle in Linearfaktoren. Zeigen Sie, dass es ein $U \in \mathbb{C}^{n,n}$ mit $U^HU = UU^H = I_n$ gibt, so dass U^HAU und $U^Hp(A)U$ beide obere Dreiecksmatrizen sind.