Technische Universität Berlin WiSe 2012 / 2013
Institut für Mathematik `http://www3.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS12/LinAlg2/`
Prof. Dr. V. Mehrmann, Dr. S. Jokar Stand: 7. Januar 2013

Lineare Algebra II
10. Tutoriumsvorschläge

---

1. Aufgabe
Sie $A = J_n(\lambda) \in K^{n,n}$ ein Jordanblock.

(i) Bestimmen Sie A^k für $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

(ii) Zeigen Sie: A ist nilpotent vom Grad n genau dann, wenn $\lambda = 0$.

2. Aufgabe
Zeigen Sie, dass $d_s(\lambda_j)$ gleich der Anzahl der Jordanblöcke $J_\ell(\lambda_j) \in K^{\ell,\ell}$ ist mit $\ell \geq s$.

3. Aufgabe
Seien

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}, v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,1} \text{ und } w = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(i) Berechnen Sie die Minimalpolynome P_v und P_w von v bzw. w bzgl. A.

(ii) Leiten Sie aus (i) her, dass $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = 2$ Eigenwerte von A sind.
(Zeigen Sie, ohne das charakteristische Polynom P_A zu berechnen, dass $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = 2$ Eigenwerte von A sind.)

4. Aufgabe

(i) Bestimmen Sie alle möglichen Jordan-Normalformen $J \in \mathbb{R}^{5,5}$, deren charakteristisches Polynom $P_J = (t-2)^3(t-5)^2$ ist.

(ii) Bestimmen Sie alle möglichen Jordan-Normalformen $J \in \mathbb{R}^{5,5}$, deren Minimalpolynom $m_J = (t-2)^3(t-5)^2$ ist.