

Lineare Algebra II

13. Tutoriumsvorschläge

1. Aufgabe

Sei $AB = BA$. Zeigen Sie, dass $e^{A+B} = e^A e^B$.

2. Aufgabe

Sei U eine unitäre Matrix. Zeigen Sie, dass eine hermitesche Matrix A existiert, so dass $U = e^{iA}$.

3. Aufgabe

(a) Zeigen Sie, dass $\det(e^A) = e^{\text{spur}(A)}$ gilt.

(b) Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$. Zeigen Sie, dass $\det(e^A) = 1$ genau dann, wenn $\text{spur}(A) = 0$ gilt.

4. Aufgabe

Sei $X(t)$ eine Lösung von $X' = A(t)X$. Zeigen Sie, dass:

$$\det(X) = \exp\left(\int_0^t \text{spur } A(s) ds\right) \det X(0).$$