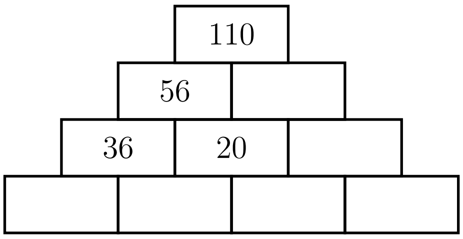
Teamnummer:	Schule:

Teamname:	Punkte:

Aufgabe 1: Escape Room *(1+4+5 Punkte)*

Ada und Batu sind am Wochenende in einem Escape Room und stehen dort vor einem Tresor mit einem ganz besonderen Zahlenschloss. Sie erfahren, dass es sich um eine Zahlenmauer handelt, die sie schon aus der Schule kennen (siehe Abbildung). Addiert man zwei Zahlen, die in der Mauer nebeneinander stehen, erhält man die Zahl, die über diesen beiden Zahlen steht. Zum Beispiel steht die Zahl 56 über den Zahlen 36 und 20, da $36 + 20 = 56$ ist.

Um den Tresor zu knacken, müssen Ada und Batu die Zahlenmauer entsprechend der Rechenregeln vollständig ausfüllen. Sie stellen schnell fest, dass es dafür mehrere Möglichkeiten gibt.



(a) Gebt *eine* vollständig ausgefüllte Zahlenmauer an.

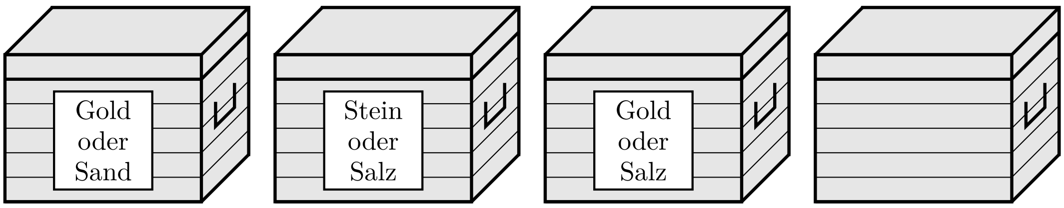
Nachdem Ada und Batu ein paar Lösungen der Zahlenmauer eingegeben haben, ohne dass sich der Tresor öffnet, erhalten Sie vom Spielleiter folgenden Hinweis: In der gesuchten Lösung der Zahlenmauer sind in der untersten Reihe die Zahlen links außen und rechts außen gleich.

(b) Ermittelt eine Lösung der Zahlenmauer, die zusätzlich diese Forderung erfüllt.

Begründet ausführlich, warum es keine weitere Lösung gibt.

Als Ada und Batu die richtige Zahlenkombination eingeben, öffnet sich der Tresor. Zum Vorschein kommen vier geschlossene Kisten, deren Inhalt Ada und Batu von außen nicht erkennen können.

Jede Kiste enthält genau ein Material. Eine enthält Gold, eine enthält Stein, eine Sand und eine Salz. Drei der vier Kisten sind beschriftet. Auf einer steht „Gold oder Sand“, auf einer anderen „Stein oder Salz“ und auf einer dritten „Gold oder Salz“. Die Beschriftungen entsprechen alle der Wahrheit. Die vierte Kiste ist unbeschriftet. (Siehe Abbildung.)



Ada und Batu können nun *nacheinander* zwei der Kisten öffnen. Wenn eine dieser Kisten Gold enthält, haben Sie das Spiel gewonnen.

(c) Untersucht, ob es eine Strategie gibt, mit der die beiden mit Sicherheit die Kiste mit Gold öffnen.

Falls es eine solche Strategie gibt, gebt diese an und begründet, warum sie *in jedem Fall* funktioniert. Falls es keine solche Strategie gibt, begründet dies ebenfalls ausführlich.

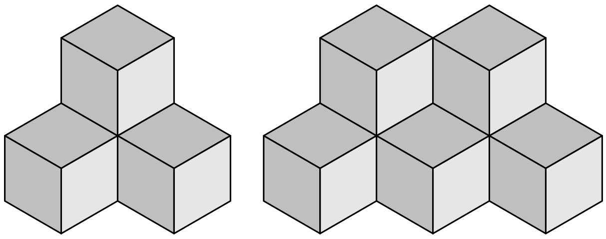
Teamnummer:	Schule:

Teamname:	Punkte:

Aufgabe 2: Würfelgebäude *(1+3+3+3 Punkte)*

Gleich große Würfel werden, wie in der Abbildung dargestellt, zu Würfelgebäuden nach einem gleichartigen Muster zusammengesetzt. Das erste Würfelgebäude besteht aus vier Würfeln. Die anderen Würfelgebäude entstehen jeweils aus dem vorherigen durch den Anbau von genau drei Würfeln.

In der Abbildung sind das erste und das zweite Würfelgebäude dargestellt.



(a) Berechnet die Anzahl der Würfel des 5. und die Anzahl der Würfel des 2024. Würfelgebäudes.

(b) Untersucht, ob es ein Würfelgebäude gibt, das aus 2024 Würfeln besteht.

(c) Berechnet die Anzahl aller Würfel, die für den *gleichzeitigen* Aufbau der ersten 60 Würfelgebäude benötigt werden.

(d) Untersucht, ob es zu jeder positiven ganzen Zahl n ein Würfelgebäude gibt, das aus 10^n Würfeln besteht.

Teamnummer:	Schule:

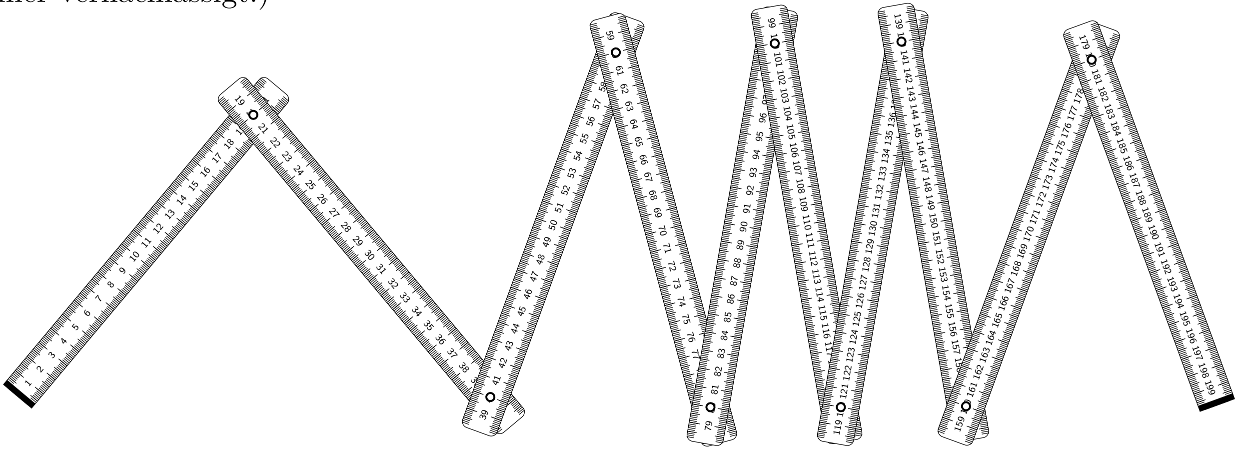
Teamname:	Punkte:

Aufgabe 3: Zollstock *(3+2+5 Punkte)*

(a) Es seien $x, y, z > 0$ positive ganze Zahlen. Bestimmt die Anzahl der Lösungen (x, y, z) der Gleichung

$$x + y + z = 100.$$

(b) Ein handelsüblicher Zollstock besteht aus zehn Gliedern von jeweils 20 cm Länge, die über Gelenke miteinander verbunden sind. (Die Überstände an den Enden der Glieder werden hier vernachlässigt.)



Wenn man diesen Zollstock an genau zwei Gelenken so knickt, dass das eine Ende des Zollstocks auf seinem anderen Ende zu liegen kommt, entsteht ein *Zollstock-Dreieck* mit einem Umfang von 200 cm.

Gebt die Seitenlängen aller möglichen Zollstockdreiecke an, die man auf diese Weise legen kann und begründet, dass keine weiteren Zollstockdreiecke entstehen können.

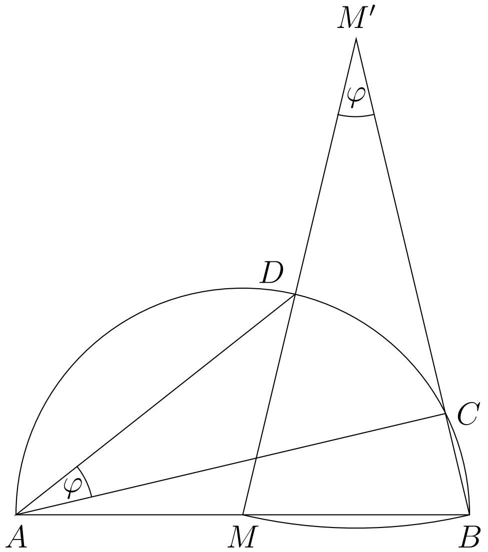
(c) Ermittelt die Anzahl der *verschiedenen* (d. h. nicht zueinander kongruenten) Dreiecke mit Umfang $U = 200$, deren Seitenlängen beliebige natürliche Zahlen sind.

Teamnummer:	Schule:

Teamname:	Punkte:

Aufgabe 4: Kreissektoren *(4+6 Punkte)*

In der folgenden Figur sind M und M' Mittelpunkte eines Halbkreises und eines Kreisausschnittes. Die beiden Winkel $\angle CAD$ und $\angle MM'B$ haben das gleiche Winkelmaß φ.



(a) Findet zwei weitere Paare gleich großer Winkel in der Figur, die keine Scheitelwinkel sind, und begründet jeweils eure Antwort.

(b) Bestimmt nun den Wert von φ. Begründet hierfür jeden eurer Schritte.