Technische Universität Berlin
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr.Dirk Ferus, Dr. Friederike Körner

SommerSemester 2000

Höhere Mathematik II für E-Techniker

13. Übungsblatt

Aufgabe 1 **Ü** Berechnen Sie den Flächeninhalt desjenigen Teils der Halbkugeloberfläche $x^2+y^2+z^2=4$, $z \geq 0$, der in dem zur z-Achse parallelen Zylinder $(x-1)^2+y^2 \leq 1$ liegt.

Aufgabe 2 **Ü** Man berechne den Fluss $\iint_F \vec{v}\, \mathrm{d}\vec{O}$ des Vektorfeldes $\vec{v}(x,y,z)=(2z, x+y, 0)^T$ durch das Flächenstück F der Ebene $x+2y+3z=4$, welches im ersten Oktanten liegt (zu der Seite hin, die nicht den Nullpunkt enthält).

Aufgabe 3 **T** Ein Kegel der Höhe h entstehe, indem man die Gerade $y=ax$ $(a>0)$ um die x-Achse rotieren lässt.
i) Parametrisieren Sie die Mantelfläche des Kegels.
ii) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche direkt.
iii) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche mit der Formel für Rotationsflächen.
H Wie groß ist der Flächeninhalt desjenigen Teils des Paraboloids $z=x^2+y^2$, der zwischen den Ebenen $z=0$ und $z=4$ liegt? 3 Punkte

Aufgabe 4 **T** Es seien gegeben die Fäche S (wie sieht die aus?) mit der Parametrisierung

$$\Phi(u,v)=\begin{pmatrix} u\cos v \\ u\sin v \\ v \end{pmatrix} \qquad 0 \leq u \leq 1$$

und das Vektorfeld $\vec{F}(x,y,z)=(y,-x,0)^T$. Man berechne das Flussintegral $\iint_S F\, \mathrm{d}\vec{O}$!
H Man berechne den Fluss $\iint_S \vec{v}\, \mathrm{d}\vec{O}$ des Vektorfeldes $\vec{v}(x,y,z)=(2z, x+y, 0)^T$ durch die Sphäre $x^2+y^2+z^2=1$ von innnen nach außen! 3 Punkte

Aufgabe 5 Entwickeln Sie die 2π-periodische Funktion f mit

$$f(x)=x^2+\cos 2x \quad \text{für } x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$$

in eine Fourierreihe!

Aufgabe 6 Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{1}{\sinh x \cdot \cosh x}\, \mathrm{d}x$!

Aufgabe 7 Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_{2+\sqrt{3}}^{\infty} \frac{1}{x^2-4x+7}\, \mathrm{d}x$!

Aufgabe 8 Finden Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f(x,y)=\sin x+\sin y+\sin(x+y)$ in dem abgeschlossenen Quadrat mit den Ecken $(0,0)$, $(\pi/2,0)$, $(\pi/2,\pi/2)$ und $(0,\pi/2)$!

Aufgabe 9 Berechnen Sie den Abstand des Punktes $(0,0,1)$ von der Fläche $z = x^3 + y^2$!

Aufgabe 10 Berechnen Sie das Integral

$$\int_{w(t)} \begin{pmatrix} e^x + ye^{-xy} \\ xe^{-xy} + z \\ y \end{pmatrix} \mathrm{d}\vec{s} \quad \text{längs der Kurve} \quad w(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} \quad 0 \le t \le 1$$

Ist das gegebene Feld ein Potentialfeld? Berechnen Sie gegebenenfalls ein Potential und eine Stammfunktion!

Aufgabe 11 Sei Z der Zylinder $x^2 + y^2 \le 4$, $-1 \le z \le 1$. Berechnen Sie das Integral $\iiint_Z z e^{x^2+y^2} \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$.

KLAUSUR
am Mittwoch, dem 19.7.2000
von 14.00 bis 15.50 Uhr
im Audimax (H 105)

Abgabe am Freitag, dem 14. 7. 00 in der Vorlesung.