

HÖHERE MATHEMATIK IV für E-TECHNIKER

<http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe01/HM4-ET/>

Lösungen zum 2. Übungsblatt

Aufgabe 1 Finden Sie die Funktionen mit den angegebenen Laplace-Transformationen!

$$\text{H ii)} \quad \mathcal{L}[f](z) = \frac{z-4}{(z-5)(z^2+2z+2)}$$

Partialbruchzerlegung ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{z-4}{(z-5)(z^2+2z+2)} &= \frac{1}{37} \left(\frac{1}{z-5} - \frac{z-30}{(z+1)^2+1} \right) \\ \Rightarrow f(t) &= \frac{1}{37} (e^{5t} - e^{-t} \cos t + 31e^{-t} \sin t) \end{aligned}$$

$$\text{H iv)} \quad \mathcal{L}[f](z) = -\frac{\pi}{2} + \arctan \omega z$$

Bem.: die Funktion $\arctan \omega z$ ist keine \mathcal{L} -Transformierte, da $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x \neq 0$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ -\frac{\pi}{2} + \arctan \omega z \right\} &= \frac{\omega}{\omega^2 z^2 + 1} = \\ &= \mathcal{L} \left[\sin \frac{z}{\omega} \right] (z) \\ \Rightarrow f(t) &= -\frac{1}{t} \sin \frac{t}{\omega} \end{aligned}$$

Aufgabe 2 Transformieren Sie das DGL-System mittels Laplace-Transformation in ein lineares GLS und lösen Sie das DGL-System.

$$\text{H } \vec{y}' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

\mathcal{L} -Transformierte des DGL-Systems:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} z\mathcal{L}[y_1] \\ z\mathcal{L}[y_2] - 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}[y_1] \\ \mathcal{L}[y_2] \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1-z & 0 \\ 3 & -1-z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{L}[y_1] \\ \mathcal{L}[y_2] \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \mathcal{L}[y_1] \\ \mathcal{L}[y_2] \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{1+z} \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix} \end{aligned}$$