

HÖHERE MATHEMATIK IV für E-TECHNIKER
http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe01/HM4_ET/

10. Übungsblatt

Ü Aufgabe 1 Bilden Sie die \mathcal{Z} -Transformierten der angegebenen Folgen!

$$\text{i) } f_n = \begin{cases} 4^n & \text{für } n \text{ gerade} \\ \frac{1}{3^n} & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}, \quad \text{ii) } f_n = \sin nx.$$

Ü Aufgabe 2 Zeigen Sie die folgenden Rechenregeln für die \mathcal{Z} -Transformation!

$$\text{i) } \mathcal{Z}\left[\sum_{j=0}^{n-1} f_j\right] = \frac{1}{z-1} \mathcal{Z}[f_n], \quad \text{ii) } \mathcal{Z}\left[\sum_{j=0}^n f_j g_{n-j}\right] = \mathcal{Z}[f_n] \mathcal{Z}[g_n] \quad (\text{Faltungsformel}).$$

Ü Aufgabe 3 Zu den folgenden Funktionen $F^*(z)$ finde man jeweils die Folge mit $\mathcal{Z}[f_n] = F^*(z)$.

$$\text{i) } F^*(z) = \frac{1}{z-a}, \quad \text{ii) } F^*(z) = \frac{1}{z^2+a^2}, \quad \text{iii) } F^*(z) = \frac{5z^2 - 12z + 2}{(z^2+2)(z-3)}.$$

Aufgabe 4 Finden Sie die Potenzreihenentwicklungen der Funktionen und leiten Sie daraus Formeln der Art $\mathcal{Z}[f_n] = F^*(z)$ ab.

$$\begin{array}{ll} \mathbf{T} \text{ i) } f(x) = e^{3x}, & \mathbf{H} \text{ ii) } f(x) = \sin 2x, \\ \mathbf{T} \text{ iii) } f(x) = \ln(x+1), & \mathbf{H} \text{ iv) } f(x) = e^{-x^2}. \end{array}$$

Aufgabe 5 Zeigen Sie die folgenden Rechenregeln für die \mathcal{Z} -Transformation!

$$\begin{array}{ll} \mathbf{T} \text{ i) } \mathcal{Z}[nf_n] = -z \frac{d}{dz} \mathcal{Z}[f_n], & \mathbf{H} \text{ ii) } \mathcal{Z}[f_{n+k}] = z^k \mathcal{Z}[f_n] - \sum_{j=0}^{k-1} f_j z^{k-j}, \\ \mathbf{T} \text{ iii) } \mathcal{Z}[f_{n-k}] = z^{-k} \mathcal{Z}[f_n], & \mathbf{H} \text{ iv) } \mathcal{Z}\left[\sum_{j=0}^n f_j\right] = \frac{z}{z-1} \mathcal{Z}[f_n]. \end{array}$$

Aufgabe 6 Zu den folgenden Funktionen $F^*(z)$ finde man jeweils die Folge mit $\mathcal{Z}[f_n] = F^*(z)$.

$$\begin{array}{ll} \mathbf{T} \text{ i) } F^*(z) = \frac{1}{z^2-1}, & \mathbf{H} \text{ ii) } F^*(z) = \frac{z}{z^2-1}, \\ \mathbf{T} \text{ iii) } F^*(z) = \arctan \frac{1}{z}, & \mathbf{H} \text{ iv) } F^*(z) = \frac{z+8}{z^2+z-6}. \end{array}$$