TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fachbereich Mathematik
Dr. Frank Jochmann, Dr. Friederike Körner

SommerSemester 2001

HÖHERE MATHEMATIK IV für E-TECHNIKER

http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe01/HM4_ET/

6. Übungsblatt

Ü Aufgabe 1 Berechnen Sie für folgende Funktionen die Fourier-Transformierten:

i) $F(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ ii) $f(t) = \dfrac{1}{t^2+4t+5}$

Ü Aufgabe 2 Sei $f(t)$ eine auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion, für die die Fourier-Transformierte $\mathcal{F}[f](\omega)$ existiert.

i) Sei $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $g(t) := f(\alpha t)$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathcal{F}[g](\omega) = \frac{1}{|\alpha|} \cdot \mathcal{F}[f](\frac{\omega}{\alpha})$$

ii) Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $g(t) := f(t+\alpha)$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathcal{F}[g](\omega) = e^{i\alpha\omega}\mathcal{F}[f](\omega).$$

Aufgabe 3 Sei $f(t)$ eine auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion, für die die Fourier-Transformierte $\mathcal{F}[f](\omega)$ existiert. Zeigen Sie:

Ü Ist f eine gerade Funktion, so gilt $\mathcal{F}[f](\omega) = 2\int_0^\infty f(t)\cdot\cos(\omega t)\,\mathrm{d}t$.

H Ist f eine ungerade Funktion, so gilt $\mathcal{F}[f](\omega) = -2i\int_0^\infty f(t)\cdot\sin(\omega t)\,\mathrm{d}t$.

Aufgabe 4 Berechnen Sie für folgende Funktionen die Fourier-Transformierten:

T i) $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ **H** ii) $f(t) = \begin{cases} t & \text{für } -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

T iii) $f(t) = \dfrac{1}{a^2+b^2t^2}$ **H** iv) $f(t) = \dfrac{3}{4t^2+4t+8}$

T v) $f(t) = \delta(t)$

Aufgabe 5 **T** Zeigen Sie: Wenn $f(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ stückweise stetig ist und es ein $K > 0$ gibt, sodass $|f(t)| < \frac{K}{1+t^2}$ ist, so hat $f(t)$ eine Fourier-Transformierte.