

HÖHERE MATHEMATIK IV für E-TECHNIKER

<http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe01/HM4.ET/>

7. Übungsblatt

Ü Aufgabe 1 Lösen Sie die Integralgleichung mit Hilfe der Fouriertransformation!

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \cdot \frac{y}{(t-\tau)^2 + y^2} d\tau = \frac{y}{\pi} \cdot \frac{1}{t^2 + a^2}, \quad y > 0, a > 0$$

Ü Aufgabe 2 Der Strom in einem unendlich langen Kabel mit Kapazität C , Induktivität L , Widerstand R und Ableitung (leakage) S (alle pro Längeneinheit) genügt der *Telegraphengleichung*

$$i_{xx} = CL i_{tt} + (RC + SL) i_t + RSi, \quad -\infty < x < \infty, t \geq 0.$$

Mit Hilfe der Fouriertransformation bestimme man die Lösung $i(x, t)$, die folgende Anfangsbedingungen erfüllt:

$$i(x, 0) = f(x), \quad i_t(x, 0) = g(x) \quad \text{sowie zusätzlich} \quad RC = SL$$

Aufgabe 3

H Zeigen Sie: Ist f eine gerade (ungerade) Funktion, so ist auch $\mathcal{F}[f](\omega)$ eine gerade (ungerade) Funktion.

Ü Für eine Funktion $f(t)$ definiert man

$$\text{den geraden Anteil:} \quad f_g(t) := \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$\text{den ungeraden Anteil:} \quad f_u(t) := \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

Man zeige für reelles f :

$$\mathcal{F}[f_g] = \text{Re}\mathcal{F}[f], \quad \mathcal{F}[f_u] = \text{Im}\mathcal{F}[f].$$

Aufgabe 4 Lösen Sie die Integralgleichungen mit Hilfe der Fouriertransformation!

$$\text{T} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t-\tau|} x(\tau) d\tau = f(t)$$

$$\text{H} \quad \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau)y(x-\tau) d\tau = e^{-x^2}$$

Aufgabe 5 Lösen Sie mittels der Fouriertransformation die Randanfangswertprobleme!

$$\text{T} \quad u_{xx} = u_{tt} \quad \text{mit} \quad u(x, 0) = 0 \quad u_t(x, 0) = g(x) \quad (x \in \mathbb{R}, t \geq 0)$$

$$\text{H} \quad u_t = \frac{1}{2}u_{xx} \quad \text{mit} \quad u(x, 0) = e^{-x^2} \quad (x \in \mathbb{R}, t \geq 0)$$