

HÖHERE MATHEMATIK IV für E-TECHNIKER
http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe01/HM4_ET/

8. Übungsblatt

Ü Aufgabe 1 Zeigen Sie:

$$\frac{e^{\sigma t}}{2\pi} \int \frac{e^{i\omega t}}{\sigma + i\omega} d\omega = \begin{cases} 1 & \text{falls } t > 0 \\ \frac{1}{2} & \text{falls } t = 0 \\ 0 & \text{falls } t < 0 \end{cases}$$

Ü Aufgabe 2 Zeigen Sie die Äquivalenz der beiden Formen der Parsevalschen Gleichung:

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\overline{g(t)} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}[f](\omega)\overline{\mathcal{F}[g](\omega)} d\omega \iff 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}[f](\omega)|^2 d\omega$$

Ü Aufgabe 3 Berechnen Sie:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \alpha x \cdot \sin \beta x}{x^2} dx$$

Aufgabe 4 Berechnen Sie:

$$\mathbf{T} \int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\sin \alpha t}{t} dt, \quad (\alpha > 0), \quad \mathbf{H} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos x)^2}{x^4} dx$$

Hinweis zur Hausaufgabe: Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von

$$u(t) := \begin{cases} 1+t & \text{für } -1 \leq t \leq 0 \\ 1-t & \text{für } 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{für } |t| > 1 \end{cases}$$

T Aufgabe 5 Berechnen Sie:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{(a+i\omega)t}}{a-b+i\omega} d\omega \quad \text{für } a > b > 0$$

H Aufgabe 6 Eine unendlich lange Schiene ist im Schotterbett elastisch gelagert und mit der spezifischen Last $l(x)$ belegt. Für die Durchbiegung der Schiene $u(x)$ gilt

$$u^{(4)} + \alpha^4 u = l(x), \quad x \in \mathbb{R}$$

Man bestätige mittels Fourier-Transformation:

$$u(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L(\omega)}{\omega^4 + \alpha^4} e^{i\omega x} d\omega \quad \text{wobei } L(\omega) := \mathcal{F}[l(x)](\omega)$$

Als Lösungen der Integrale treten auf:

$$\arctan \alpha, \quad 2\pi e^{bt}, \quad \pi \min\{\alpha, \beta\}, \quad \frac{\pi}{3}$$