TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 02
Institut für Mathematik Abgabe: 9.7.02
Ferus / Peters `http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SS02/AnalysisII`

11. Übung Analysis II

(Extremwerte)

Übungsaufgaben

1. Aufgabe

Sei $B_2(0) = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 4 \}$. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema des Abstandes der Punkte in $B_2(0)$ vom Punkt $(1,0)$.

2. Aufgabe

Diskutieren Sie die kritischen Punkte der Höhenfunktion $(x,y,z) \mapsto z$ auf dem Paraboloid $\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \lambda x^2 + \mu y^2 \}$, für alle λ, $\mu \in \mathbb{R}$.

3. Aufgabe

Beweisen Sie die Cauchy–Schwarzsche Ungleichung mit Hilfe des Satzes über Extremwerte mit Nebenbedingungen.

Tutoriumsvorschläge

1. Aufgabe

Finden Sie die lokalen und globalen Extrema von $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = 2y$ unter der Nebenbedingung $y^2 - x^2 = 1$.

2. Aufgabe

Bestimmen Sie lokale und globale Extrema der Höhenfunktion $h\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $(x,y,z) \mapsto z$ auf dem Torus $T^2 = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid (\sqrt{x^2+z^2} - \sqrt{2})^2 + y^2 = 1 \}$. Skizzieren Sie die Höhenlinien von h auf T^2.

Hausaufgaben

1. Aufgabe (5 Punkte)

Finden Sie auf dem Schnitt des Zylinders $\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$ und der Ebene $\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = z \}$ die Punkte minimalen und maximalen Abstandes zum Nullpunkt.

2. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \leq 0 \}$. Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema von $f\colon D \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \sin x + y(y+1)$.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Bestimmen Sie die kleinste Zahl $A \in \mathbb{R}$, sodass beliebige zwei Quadrate mit der Gesamtfläche 1 disjunkt (bis auf Überlappung am Rand) in ein Rechteck mit Flächeninhalt A gelegt werden können.

Gesamtpunktzahl: 15