TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 2003

Institut für Mathematik

Dozent und Übungsleiter: Arnd Rösch

Vektoranalysis

Partielle Differentialgleichungen - 2. Übung

1. (Vorrechenaufgabe) Zeigen Sie, daß $\vec{v} = (z^2 + y^2, 2xy, 2xz)$ ein Potentialfeld ist und berechnen Sie das Potential U mit $U(1,1,1) = 0$!

2. (Vorrechenaufgabe) Für welches λ ist
$\vec{v} = (x^2 + 5\lambda y + 3yz, 5x + 3\lambda xz - 2, 2xy + \lambda xy - 4z)$ Gradient eines Skalarfeldes U ?

3. Berechnen Sie !

a) ∇r	b) $\nabla \frac{1}{r}$	c) $\nabla f(r)$	d) $\nabla(\vec{a} \cdot \vec{r})$
e) $\nabla \cdot \vec{r}$	f) $\nabla \times \vec{r}$	g) $(\vec{a} \cdot \nabla)\vec{r}$	h) $(\vec{r} \cdot \nabla)\vec{a}$
i) $\nabla \cdot \frac{\vec{r}}{r}$	j) $\nabla \cdot (r^n(\vec{a} \cdot \vec{r})\vec{r})$	k) $\nabla \cdot ((\vec{a} \times \vec{r})r^n)$	l) $\nabla(r^2(\vec{a} \cdot \vec{r}) \ln r)$
m) $\nabla \times (\vec{r}r^n)$	n) $\nabla \times (\vec{a} \times \vec{r})$	o) $\nabla \times (\vec{r}r^n(\vec{a} \cdot \vec{r}))$	p) div grad $\frac{1}{r}$
q) $\nabla \cdot (\nabla \ln r)$	r) $\nabla(\nabla \cdot \vec{r})$	s) $\nabla(\nabla \cdot (a \times r^n\vec{r}))$	t) $\nabla \times (\nabla \times r^2\vec{a})$

4. Beweisen Sie a) rot grad $U = \nabla \times \nabla U = \vec{0}$ b) div rot $\vec{v} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{v}) = 0$!

5. (Vorrechenaufgabe) Überführen Sie die folgenden Gleichungen in Kurz- bzw. Langschreibweise:

a) $u_{xyz} + u_{xxxy} + u_{zyz} = 0,$

b) $D_x^{(0,2,2)}u + D_x^{(3,0,0)}u + D_x^{(1,2,1)}u = 0.$

6. (Vorrechenaufgabe) Sind folgende PDEs linear, semilinear, quasilinear oder nichtlinear ?

a) $(u_{xyz})^2 + u_{xxxy} + u \cdot u_{zyz} = 0,$

b) $u_{xyz} + x^3 u_{xx} + yzu_{xz} = 0.$

c) $u_x^3 + u_y + u_z^2 = 0,$

d) $uu_{xx} + u_{yy} = 0.$