

Partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung

Partielle Differentialgleichungen - 3. Übung

1. Berechnen Sie die Darstellung des Laplace-Operators in Zylinder- und Kugelkoordinaten des R^3 !

2. (Vorrechenaufgabe) Lösen Sie folgende (quasi-)lineare PDGL 1. Ordnung:

a) $axu_x + byu_y = 0, \quad a, b \in \mathbb{R}$

b) $xzu_x + yzu_y - (x^2 + y^2)u_z = 0$

c) $xu_x + yu_y + (x^2 + y^2)u_z = 0$

d) $xu_x + yu_y = u$

e) $xzu_x - yzu_y + (y^2 - x)u_z = 0.$

Hinweis: Für die Ermittlung der Charakteristiken muß man häufig das Differentialgleichungssystem gar nicht vollständig auflösen. Man nutzt dazu die Beziehungen

$$\frac{d}{dt}x^2 = 2x\dot{x} \quad \text{bzw.} \quad \frac{d}{dt}\ln x = \frac{\dot{x}}{x}.$$

3. (Vorrechenaufgabe) Lösen Sie folgende Cauchysche Anfangswertaufgaben:

a) zu Aufgabe 2a): $u(x, x) = 4x^2.$

b) zu Aufgabe 2c): $u(x, y, 1) = x^2 + y^2.$

c) $au_x + bu_y = c \quad (a, b, c \in \mathbb{R} \quad a \neq 0)$ mit Anfangswert $u(0, y) = y.$