Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Sekr. MA 8-2 / Frau Schubert

SoSe 07
Ausgabe: 26.04.2007
Abgabe: 26.05.2007

Albrecht Gündel vom Hofe
José Mendez

2. Übung zur Analysis III

1. Präsentationsaufgabe
   Sei $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f_1(x_1, x_2, y_1, y_2) = {x_1}^3 + x_2 y_1 + y_2,$$

$$f_2(x_1, x_2, y_1, y_2) = x_1 y_2 + {x_2}^2 - y_1.$$

   Ist es möglich $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0}$ nach $\mathbf{y}$ aufzulösen?

   (5 Punkte)

2. Seien $f(x, y, z) = x^3 - xy^2 + yz^2 - z^2 - 6$ und $\mathbf{x} = (2, 1, 2)$. Es gelte $f(\mathbf{x}) = 0$. Kann man diese Gleichung nach einer der drei Variablen in einer Umgebung $\mathcal{U}(\mathbf{x})$ auflösen ? Falls ja, untersuche die partielle Ableitungen der Lösung.

   (5 Punkte)

3. Sei $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f_1(x, y, z) = xy + z - y^2,$$

$$f_2(x, y, z) = x \cos y + z^2.$$

   Zeige, dass man $f(x, y, z) = \mathbf{0}$ nach x und z, in Abhängigkeit von y in einer geigneten Umgebung von $\mathbf{0}$ auflösen kann.

   (4 Punkte)

4. Wir betrachten das Gleichungssystem

$$x_3 \sin x_1 \cos x_2 - y_1 = 0,$$

$$x_3 \sin x_1 \sin x_2 - y_2 = 0,$$

$$x_3 \cos x_1 - \sqrt{1 - {y_1}^2 - {y_2}^2} = 0.$$

   Sei $\mathbf{x} = h(\mathbf{y})$ die Lösung nach x_1, x_2, x_3 in Abhängigkeit von y_1, y_2. Berechne $h'(\mathbf{y})$

   (5 Punkte)