

## 2. Übung zur Vorlesung Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen Sommersemester 2007

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Herr Müller und seine Frau geben eine Party, zu der vier Paare eingeladen wurden. Einige schütteln sich die Hände, wenn sie sich treffen, andere nicht. Natürlich schütteln sich die Paare nicht gegenseitig die Hände. Am Ende der Party fragt Herr Müller alle, wie oft sie Hände geschüttelt haben. Er erhält neun verschiedene Antworten.

Wie viele Gäste haben Frau Müller die Hand geschüttelt?

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zunächst zwei Definitionen:

- 1) Wir nennen einen Graphen *zusammenhängend*, falls je zwei Ecken des Graphen durch einen Weg verbunden sind.
- 2) Sei  $G = (V, E)$  ein Graph. Dann ist der *komplementäre* Graph  $\bar{G}$  der Graph, der dieselbe Knotenmenge wie  $G$  hat und bei dem zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie in  $G$  nicht durch eine Kante verbunden sind.

Zeigen Sie: Ist  $G$  nicht zusammenhängend, dann ist  $\bar{G}$  zusammenhängend.

Gilt auch die Umkehrung?

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

- a) Geben Sie alle nichtisomorphen einfachen Graphen auf sechs Knoten mit genau vier Kanten an.
- b) Geben Sie alle nichtisomorphen (nicht notwendigerweise einfachen!) Graphen mit genau zwei Knoten und drei Kanten an.
- c) Geben Sie alle nichtisomorphen (nicht notwendigerweise einfachen!) Graphen mit genau drei Knoten und zwei Kanten an.

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Gegeben ist die unten stehende Adjazenzmatrix eines Graphen auf 18 Knoten. Bestimmen Sie mithilfe der Breitensuche einen kürzesten Weg von  $v_1$  (1. Spalte bzw. Zeile) nach  $v_{16}$  (16. Spalte bzw. Zeile). Schreiben Sie die Lösung so auf, dass sich der Algorithmus in jedem Schritt nachvollziehen lässt, indem Sie z.B. die in den einzelnen Schritten dazugenommenen Knoten durchnummerieren.

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Abgabetermin: Am Do, 3. Mai **vor Beginn** der Vorlesung.