

6. Übung zur Vorlesung Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen Sommersemester 2007

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Verwenden Sie das Schubfachprinzip, um zu zeigen, dass mindestens zwei Einwohner Berlins dieselbe Anzahl von Haaren auf dem Kopf haben.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Wählt man 10 verschiedene Zahlen a_1, a_2, \dots, a_{10} zwischen 1 und 99 aus, so gibt es zwei disjunkte Teilmengen S_1 und S_2 von $\{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$, so dass die Summe über die Zahlen in S_1 gleich der Summe über die Zahlen in S_2 ist. (Tipp: Überlegen Sie, wie viele nichtleere Teilmengen es gibt und welche Werte die Summen annehmen können und verwenden Sie das Schubfachprinzip.)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein einfacher und zusammenhängender Graph. G habe lauter verschiedene Gewichte auf den Kanten. Zeigen Sie, dass G einen eindeutig bestimmten minimalen aufspannenden Baum besitzt.

Aufgabe 4

Sei G ein binärer Baum. Die Länge eines längsten Weges, wobei die Wurzel von G einer der Endknoten ist, nennt man die Höhe des binären Baumes.

Zeigen Sie:

- Hat G die Höhe h , dann hat G höchstens 2^h Blätter.
- Ein binärer Baum mit b Blättern hat mindestens die Höhe $\lceil \log_2 b \rceil$.

Abgabetermin: Am Do, 31. Mai **vor Beginn** der Vorlesung.