

8. Übung zur Vorlesung Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen Sommersemester 2007

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei G ein gewichteter Graph.

Zeigen Sie, dass ein Algorithmus, der immer die jeweils teuerste Kante aus dem Graphen herausnimmt, sofern der verbleibende Graph noch zusammenhängend ist, einen minimalen aufspannenden Baum konstruiert. (Tipp: Betrachten Sie den vom Algorithmus konstruierten Baum und einen minimalen aufspannenden Baum.)

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender (nicht notwendigerweise einfacher) Graph.

Zeigen Sie: G hat genau dann einen (nicht geschlossenen) Euler-Weg, wenn G genau zwei Knoten ungeraden Grades hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

- a) Sei $G = (V, E)$ ein einfacher Graph mit genau zwei Knoten u, v ungeraden Grades. Zeigen Sie, dass ein Weg von u nach v in G existiert.
- b) Gibt es einen Graphen mit den Knotengraden 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6?
- c) Gibt es einen Graphen mit den Knotengraden 4, 4, 2, 1, 1?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Eine Knotenmenge $A \subseteq V$ eines Graphen $G = (V, E)$ heißt unabhängig, falls keine zwei Knoten aus A durch eine Kante verbunden sind. Die Zahl $\alpha(G) := \max(|A| : A \text{ unabhängig})$ heisst Unabhängigkeitszahl von G .

Zeigen Sie: $\alpha(G) \geq \frac{|V|}{\Delta+1}$, wobei $\Delta := \max(d(u) : u \in V)$.

Abgabetermin: Am Do, den 14. Juni **vor Beginn** der Vorlesung.