

## 9. Übung zur Vorlesung Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen Sommersemester 2007

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

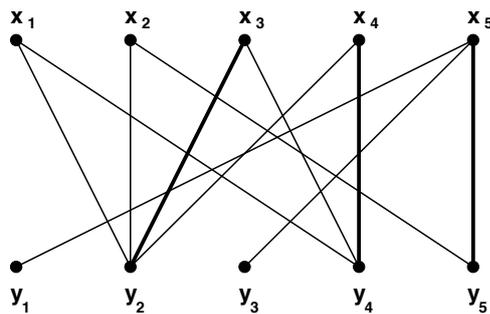
Ein Graph heißt  $k$ -regulär, falls jeder Knoten Grad  $k$  hat. Sei  $G = (S \dot{\cup} T, E)$  ein  $k$ -regulärer bipartiter Graph.

Zeigen Sie:

- $|S| = |T|$
- $G$  hat ein Matching  $M$  mit  $|M| = |S| = |T|$ .

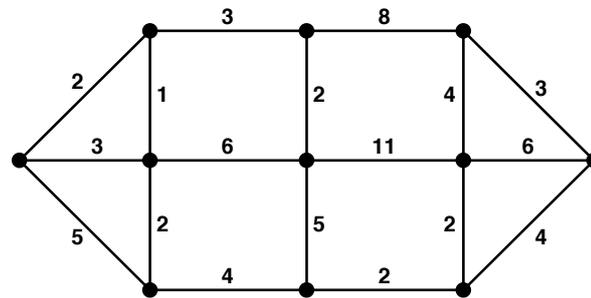
### Aufgabe 2 (4 Punkte)

- Benutzen Sie die Hall-Bedingung, um zu zeigen, dass der abgebildete Graph kein perfektes Matching besitzt.
- Sei  $M$  das Matching, das durch die fetten Kanten gekennzeichnet ist. Finden Sie einen  $M$ -alternierenden Weg, der in  $x_2$  startet.
- Benutzen Sie den gefundenen alternierenden Weg, um ein Matching  $M'$  mit  $|M'| = 4$  zu konstruieren.
- Gibt es einen  $M'$ -alternierenden Weg? (Begründung)
- Ist  $M'$  ein maximales Matching? (Begründung)



### Aufgabe 3

Lösen Sie das Chinesische-Postboten-Problem für das folgende Straßensystem:



Abgabetermin: Am Do, den 21. Juni **vor Beginn** der Vorlesung.