Tutorien am 23. / 24. April

Aufgabe 1:
Formuliere folgende umgangssprachliche Sätze in aussagenlogischer Sprache.

(i) Für jede natürliche Zahl gibt es eine größere natuerliche Zahl.

(ii) Ist es heiß, so schmilzt das Eis, es sei denn, ich besitze einen Eisschrank.

(iii) Jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}_0$ läßt sich darstellen als Summe einer Zahl $k \in \{0, 1\}$ und dem Doppeltem einer natürlichen Zahl $l \in \mathbb{N}_0$.

Formuliere auch die Verneinung insbesondere der Aussagen (i) und (iii).

Aufgabe 2:
Es seien A und B Mengen. Zeige, daß folgende Aussagen äquivalent sind.

(i) $A \subset B$.

(ii) $A \cup B = B$.

(iii) $A \cap B = A$.

(iv) $A \backslash B = \emptyset$.

Aufgabe 3:
Es seien X und Y Mengen und $f : X \to Y$ eine Funktion. Weiterhin seien $A, B \subset Y$ und $C \subset X$. Zeige die folgenden Aussagen.

(i) Aus $A \subset B$ folgt. $f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$.

(ii) $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$.

(iii) Es gilt $f^{-1}(f(C)) \supset C$, aber i.a. keine Gleichheit.

Aufgabe 4:
In der Vorlesung wurde definiert: Eine Funktion $f : X \to Y$ ist injektiv, falls aus $f(x_1) = f(x_2)$ auf $x_1 = x_2$ geschlossen werden kann. Überlege Dir, warum dies äquivalent ist zu:

Ist $x_1 \neq x_2$, so folgt $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Aufgabe 5:
Es seien X, Y, Z Mengen und $f : X \to Y$ sowie $g : Y \to Z$ Funktionen. Beweise folgende Aussagen:

(i) Sind f und g injektiv, so auch $g \circ f$.

(ii) Ist $g \circ f$ injektiv, so auch f.