

Tutorien am 30. 4.

Aufgabe 1:

Beweise folgende Aussagen:

- (i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- (ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $2^n \geq n$

Aufgabe 2:

Beweise die umgekehrte Dreiecksungleichung:

Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

$$||x| - |y|| \leq |x - y|.$$

Aufgabe 3:

Folgere folgende Aussagen aus den Axiomen der reellen Zahlen.

- (i) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $x \cdot (-y) = -(x \cdot y)$.
- (ii) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt $(-x) \cdot (-y) = x \cdot y$.
- (iii) Für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$ mit $x \leq y$ und $0 \leq z$ folgt $xz \leq yz$.
- (iv) Für jedes $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$, ist $x^2 := x \cdot x > 0$. Insbesondere ist $1 > 0$.

Aufgabe 4:

Bestimme Infimum und Supremum der folgenden Menge, sofern dieses existiert:

$$\{1/x^2 \mid x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}.$$