

11. Übungsblatt

Abgabe 03.07. vor der Übung

Aufgabe 31:

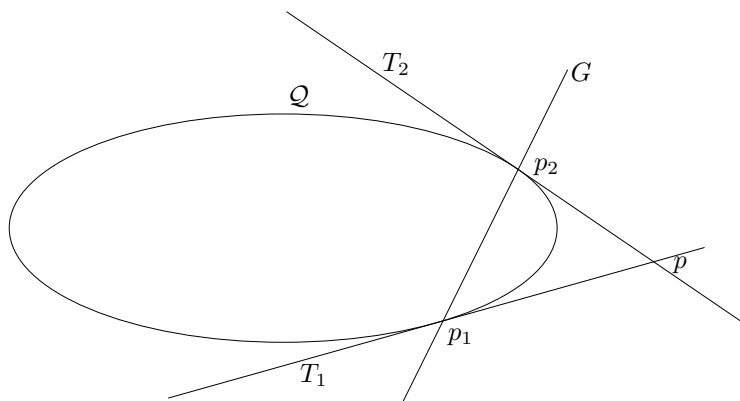
1. Die Menge \mathbb{H} , versehen mit der Matrixaddition und -multiplikation sowie der reellen Skalarmultiplikation ist eine 4-dimensionale \mathbb{R} -Algebra mit Basis $(1_{\mathbb{H}}, i_{\mathbb{H}}, j_{\mathbb{H}}, k_{\mathbb{H}})$.
2. Die von 0 verschiedenen Quaternionen sind invertierbar. Das heißt es gilt

$$\mathbb{H} \setminus \{0\} \subset GL_2 \mathbb{C} \subset GL_4 \mathbb{R}.$$

6 Punkte

Aufgabe 32: Sei $Q : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine quadratische Form, so dass die zugehörige Quadrik $\mathcal{Q} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid Q(x) = 1\}$ eine Ellipse ist. Bezeichne mit β_Q die zugehörige Polarform. Zeige:

1. Für einen Punkt $p_1 \in \mathcal{Q}$ ist die Tangente T an \mathcal{Q} im Punkt p_1 gegeben durch die Menge $T_1 = \{p' \in \mathbb{R}^2 \mid \beta_Q(p_1, p') = 1\}$.
2. Sei $p \in \mathbb{R}^2$ mit $Q(p) = c > 1$ ein Punkt ausserhalb der Ellipse. Betrachte die Menge $G = \{p' \in \mathbb{R}^2 \mid \beta_Q(p, p') = 1\}$ und $p_1, p_2 \in \mathcal{Q}$ zwei verschiedene Punkte auf der Quadrik, so dass die Tangenten T_1 und T_2 an \mathcal{Q} durch p_1 bzw. p_2 den Punkt p enthalten. Dann ist G genau die Gerade, die durch die beiden Punkte p_1 und p_2 aufgespannt wird.



6 Punkte

