Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Michael Joswig
Thilo Rörig

Lineare Algebra II
SoSe 2009

12. Übungsblatt

Abgabe 10.07. vor der Übung

Aufgabe 34:

1. Sei $J_{m,\lambda} \in K^{m\times m}$ ein Jordanblock der Größe m zum Eigenwert λ. Für das Minimalpolynom $\mu_{J_{m,\lambda}}(t)$ und das charakteristische Polynom $\chi_{J_{m,\lambda}}$ des Jordanblockes gilt dann
$$\mu_{J_{m,\lambda}}(t) = (-1)^m \chi_{J_{m,\lambda}}(t) = (t-\lambda)^m.$$
2. Für
$$A = \begin{pmatrix} J_{m,\lambda} & * \\ 0 & * \end{pmatrix} \in K^{n\times n}$$
teilt das Minimalpolynom $(t-\lambda)^m$ des Jordanblocks $J_{m,\lambda}$ das Minimalpolynom μ_A von A.

6 Punkte

Aufgabe 35: Berechne die Jordansche Normalform und Jordanbasis (eine Basis für die die darstellende Matrix genau die Jordansche Normalform ist) für die folgende Matrix $A \in \mathbb{C}^{4\times 4}$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

6 Punkte

Aufgabe 36: Sei $\mathbb{C}[t]_{\leq n}$ der $\mathbb{C}$-Vektorraum der Polynome von Grad höchstens n. Bestimme eine Jordansche Normalform sowie eine Jordanbasis für $T \in \mathrm{End}(\mathbb{C}[t])$ definiert durch:

$$(Tp)(x) = p(x+1) \qquad \text{für alle } x \in \mathbb{C}, p \in \mathbb{C}[t].$$

Argumentiere dabei direkt über die gegebene Abbildung. Die gefundene Jordansche Normalform soll die Einzige darstellende Matrix sein, die ihr aufstellt. **6 Punkte**