Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Michael Joswig
Thilo Rörig

Lineare Algebra II
SoSe 2009

6. Übungsblatt

Abgabe 29.05. vor der Übung

Aufgabe 16: Sei $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$. Betrachte die lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$F(v_1) = \beta v_1 \qquad F(v_2) = \alpha v_1 + 2v_2 \qquad F(v_3) = 2\alpha v_1 + 10v_2 - 3v_3$$

1. Für welche $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ist die Abbildung F diagonalisierbar?
2. Berechne für $\alpha = 5$ und $\beta = -3$ die Eigenwerte und Basen der Eigenräume von F.

6 Punkte

Aufgabe 17: Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum, $F, G \in \mathrm{End}(V)$. Zeige:

1. λ ist Eigenwert von $F \circ G$ genau dann, wenn λ Eigenwert von $G \circ F$ ist.
2. F ist die Nullabbildung genau dann, wenn F nilpotent und diagonalisierbar ist.

Ein Endomorphismus $F \in \mathrm{End}(V)$ heißt *nilpotent*, falls es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt mit $F^k = 0$.

6 Punkte

Aufgabe 18: Sei V ein endlich dimensionaler K-Vektorraum und $F \in \mathrm{End}(V)$ ein Endomorphismus mit $F^2 = F$.

1. Welches sind die möglichen Eigenwerte eines solchen Endomorphismus?
2. Beweise oder widerlege: F ist diagonalisierbar.

6 Punkte