Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Michael Joswig
Thilo Rörig

Lineare Algebra II
SoSe 2009

8. Übungsblatt

Abgabe 12.06. vor der Übung

Aufgabe 22: Sei $A \in K^{n \times n}$. Zeige: Das charakteristische Polynom χ_A und das Minimalpolynom μ_A haben dieselben Nullstellen. **6 Punkte**

Aufgabe 23: Sei V ein $\mathbb{R}$-Vektorraum und $F, G \in \operatorname{End}(V)$ mit den folgenden charakteristischen Polynomen:

$$\chi_F(t) = (t^3 - 4t^2 + 4t)(t-1) \quad \text{und} \quad \chi_G(t) = (t^2 - 4t + 4)(t^2 - 1).$$

1. Kann man daraus etwas über die Eigenwerte von $F \circ G$ ableiten? Welche der Eigenwerte von F bzw. G sind in jedem Fall auch Eigenwerte von $F \circ G$?
2. Welche Formen kann das Minimalpolynom μ_F von F haben? Ist F diagonalisierbar? Gib für jedes Minimalpolynom eine Abbildung/Matrix an, die das entsprechende Minimalpolynom hat.

6 Punkte

Aufgabe 24: Sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Sei weiter $p(t) = t^2 + 1$. Zeige: Falls n ungerade ist, so gilt $p^*(A) \neq 0$. Gib für gerades n eine Familie von Matrizen $B_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ an für die gilt $p^*(B_n) = 0$. **6 Punkte**