TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 09

Fakultät II - Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Dozent: Gärtner
Assistent: Drewitz

Abgabe: 29.04. vor der Übung

1. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie 1

(Ereignisse, σ-Algebren, Wahrscheinlichkeitsmaße)

Hausaufgaben

1. Aufgabe (3 Punkte)

Von den drei Ereignissen A_1, A_2, $A_3 \subseteq \Omega$ tritt/treten

a) keines	b) mindestens eines	c) höchstens eines
d) genau eines	e) mindestens eines nicht	f) genau zwei

ein. Stellen Sie die Ereignisse in a) bis f) durch Mengenoperationen mit Hilfe von A_1, A_2, A_3 und Ω dar.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Es sei $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge von Teilmengen (Ereignissen) von Ω. Zeigen Sie:

(i)
$$\limsup_{n\to\infty} \mathbb{1}_{A_n}(\omega) = \mathbb{1}_{\limsup_{n\to\infty} A_n}(\omega) \quad \forall \omega \in \Omega.$$

(ii)
$$\liminf_{n\to\infty} \mathbb{1}_{A_n}(\omega) = \mathbb{1}_{\liminf_{n\to\infty} A_n}(\omega) \quad \forall \omega \in \Omega.$$

3. Aufgabe (4 Punkte)

Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$ mit $P(A) = \frac{3}{4}$ und $P(B) = \frac{1}{3}$.

a) Zeigen Sie, dass $\frac{1}{12} \leq P(A \cap B) \leq \frac{1}{3}$ gilt.

b) Geben Sie einen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ und Mengen $A, B \in \mathcal{F}$ an, bei denen die Grenzen in a) erreicht werden.

4. Aufgabe

(4 Punkte)

Durch Berechnung der jeweiligen Wahrscheinlichkeiten nehme man Stellung zum folgenden Argument:
Beim dreimaligen Würfeln sind die Ereignisse „die Augensumme ist 11“ und „die Augensumme ist 12“ gleichwahrscheinlich, da beide Summen auf sechs Arten dargestellt werden können.
$(11 = 6+4+1 = 6+3+2 = 5+5+1 = 5+4+2 = 5+3+3 = 4+4+3;$
$12 = 6+5+1 = 6+4+2 = 6+3+3 = 5+5+2 = 5+4+3 = 4+4+4.)$

5. Aufgabe

(5 Punkte)

Vervollständigen Sie den Beweis von Folgerung 1.6 des Skriptes.

Gesamtpunktzahl: 20