

Abgabe: 13.05. vor der Übung

3. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie 1

(Unabhängigkeit)

Hausaufgaben

1. Aufgabe

(4 Punkte)

- a) Es sei (Ω, \mathcal{A}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B, C \in \mathcal{A}$. Man zeige, dass aus der Unabhängigkeit von A, B und C auch die Unabhängigkeit von $A \cup B$ und C folgt.
- b) Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass aus paarweiser Unabhängigkeit von Ereignissen nicht unbedingt ihre Unabhängigkeit folgt.

2. Aufgabe

(6 Punkte)

Es sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{F}$ unabhängig. Zeige, dass dann auch $A_1^{i_1}, \dots, A_n^{i_n}$ für $i_1, \dots, i_n \in \{0, c\}$ unabhängig sind. Dabei sei $A^0 = A$, und A^c bezeichne das Komplement der Menge A .

3. Aufgabe

(5 Punkte)

Im Wahrscheinlichkeitsraum $\Omega = \{0, 1\}^n$ mit der Gleichverteilung P seien die Ereignisse

$$A_j = \{(\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega \mid \omega_j = 1\} \quad \text{für } j = 1, 2, \dots, n$$

und

$$A_{n+1} = \{(\omega_1, \dots, \omega_n) \in \Omega \mid \omega_1 + \dots + \omega_n \text{ ist gerade}\}$$

gegeben. Zeige, dass jeweils n dieser $n + 1$ Ereignisse unabhängig sind, aber A_1, \dots, A_{n+1} in ihrer Gesamtheit nicht unabhängig sind.

4. Aufgabe

(5 Punkte)

Eine Krankheit komme bei 0.001% der Bevölkerung vor. Weiter existiert ein Testverfahren zum Feststellen dieser Erkrankung, welches angewandt auf eine erkrankte Person zu 99% das korrekte Ergebnis liefert und angewandt auf eine gesunde Person zu 99.5% das korrekte Ergebnis liefert.

- (i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass, falls der Test ein positives Ergebnis geliefert hat, die entsprechende Person tatsächlich erkrankt ist?
- (ii) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass, falls der Test ein negatives Ergebnis geliefert hat, die entsprechende Person tatsächlich nicht erkrankt ist?
- (iii) Sollte eine Person, bei welcher der Test ein positives Ergebnis liefert, sehr beunruhigt sein?

Die Klausur findet Dienstag, den 21.07.2009, von 14:30 bis 16:30 in ER 270 statt.

Gesamtpunktzahl: 20